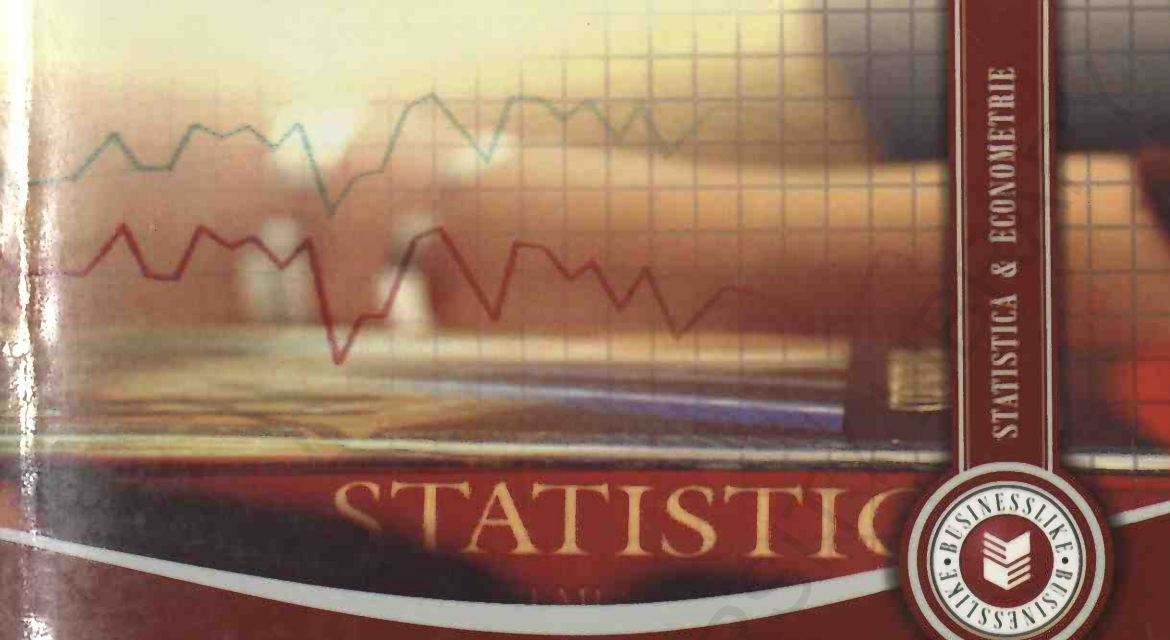


STATISTICA & ECONOMETRIE

BUSINESSLIKE

Econometrie aplicată

ELISABETA JABA

(COORDONATOR)

III 296 443

Editura Universităţii „Alexandru Ioan Cuza" Iaşi

BIBL. CENTR. UNIV.
„M. EMINESCU" IAŞI
II 296.443

BCU IAŞI/CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

ELISABETA JABA
(coordonator)

Christiana Balan
Ciprian Chirilă
Viorica Chirilă
Mariana Gagea
Dănuț-Vasile Jemna
Carmen Pintilescu
Ciprian-Ionel Turturean
Daniela Viorică

ECONOMETRIE APLICATĂ

BCU IAȘI/CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Seria Statistică a colecției **Businesslike** este coordonată de Elisabeta Jaba

Carte apărută în cadrul Grantului CEEX nr 195 - Cex05-D8-04/2005

Contribuția autorilor:

Elisabeta Jaba: 1.1 (autor și coordonator)
Christiana Balan: 1.8, 2.1
Ciprian Chirilă: 2.3
Viorica Chirilă: 1.3
Mariana Gagea: 3.1, 3.2
Dănuț-Vasile Jemna: 1.6., 2.2
Carmen Pintilescu: 1.4
Ciprian-Ionel Turtureanu: 3.3, 3.4
Daniela Viorică: 1.2, 1.5, 1.6, 1.7

Redactor: Dana Zămosteanu
Tehnoredactor: Florentina Crucerescu
Coperta: Manuela Oboroceanu

ISBN 978-973-703-302-4

© Editura Universității „Alexandru Ioan Cuza", 2008
700511 Iași, str. Păcurari nr. 9, tel./fax: (0232)314947
www.editura.uaic.ro

BCU IASI/CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

ELISABETA JABA
(coordonator)

Christiana Balan
Ciprian Chirilă
Viorica Chirilă
Mariana Gagea
Dănuț-Vasile Jemna
Carmen Pintilescu
Ciprian-Ionel Turturean
Daniela Viorică

502861

ECONOMETRIE APLICATĂ

ALE

435004
B.C.U. IASI

EDITURA UNIVERSITĂȚII „ALEXANDRU IOAN CUZA"
IAȘI – 2008

BCU IAȘI/CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Descrierea CIP a Bibliotecii Naţionale a României

Econometrie aplicată/ Elisabeta Jaba (coord.), Christiana Balan, Ciprian Chirilă, ... Iaşi : Editura Universităţii „Al.I.Cuza", 2008

ISBN 978-973-703-302-4

I. Jaba, Elisabeta (coord.)
II. Balan, Christiana
III. Chirilă, Ciprian

330.43

BCU IASI/CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

24 OCT 2008

CUPRINS

Cuvânt înainte 11

Capitolul I. Modele de regresie simplă

1.1. Modelul de regresie simplă liniară 15
1.1.1. Prezentarea problemei 15
1.1.2. Definirea modelului de regresie simplă liniară 16
1.1.2.1. Forma, variabilele şi parametrii modelului de regresie 16
1.1.2.2. Aproximarea grafică a modelului legăturii dintre variabile 19
1.1.3. Estimarea parametrilor modelului 20
1.1.3.1. Estimarea punctuală a parametrilor 20
1.1.3.2. Estimarea parametrilor prin interval de încredere 21
1.1.4. Testarea semnificaţiei corelaţiei şi a parametrilor modelului de regresie 24
1.1.4.1. Testarea semnificaţiei corelaţiei 24
1.1.4.2. Testarea parametrilor unui model de regresie 29
1.1.5. Testarea ipotezelor clasice asupra modelului de regresie simplă .. 31
1.1.5.1. Ipoteze statistice clasice asupra modelului de regresie simplă 31
1.1.5.2. Testarea liniarităţii modelului propus 31
1.1.5.3. Testarea normalităţii erorilor 32
1.1.5.4. Testarea ipotezei de homoscedasticitate 37
1.1.5.5. Testarea ipotezei de autocorelare a erorilor 39
1.1.6. Previziunea valorii variabilei Y pentru o valoare fixă a variabilei X 41
1.1.7. Rezultate în SPSS şi interpretarea lor pentru regresia liniară simplă 42
1.2. Legătura dintre cheltuielile de consum şi veniturile gospodăriilor 46
1.2.1 Prezentarea problemei 46
1.2.2 Definirea modelului econometric 47
1.2.3. Estimarea parametrilor modelului 53
1.2.3.1. Estimarea punctuală a parametrilor 53
1.2.3.2. Estimarea parametrilor prin interval de încredere 53
1.2.4. Testarea parametrilor şi a modelului propus 54
1.2.4.1. Testarea parametrilor modelului 54
1.2.4.2. Testarea modelului de regresie 55
1.2.5. Raportul de corelaţie şi raportul de determinaţie 57
1.2.6. Testarea ipotezelor clasice ale unui model de regresie 57
1.2.6.1. Testarea ipotezei de normalitate a erorilor 58
1.2.6.2. Testarea ipotezei de honoscedasticitate 60
1.2.6.3. Testarea ipotezei de autocorelare a erorilor 61

BCU IAŞI UNIVERSITY LIBRARY

1.3. Legătura dintre rata rentabilității acțiunii Azomureș Târgu Mureș și rata rentabilității portofoliului indicelui BET 64
1.3.1. Prezentarea problemei 64
1.3.2. Definirea modelului econometric 64
1.3.3. Analiza descriptivă a variabilelor modelului 66
1.3.4. Estimarea și testarea modelului de piață 70
1.3.4.1. Estimarea punctuală a parametrilor modelului 71
1.3.4.2. Estimarea prin interval de încredere a parametrilor modelului 72
1.3.5. Testarea parametrilor și a modelului 73
1.3.5.1. Testarea parametrilor modelului 73
1.3.5.2. Testarea modelului de regresie 74
1.3.6. Testarea ipotezelor modelului de regresie 75
1.3.6.1. Testarea ipotezei de normalitate a erorilor 75
1.3.6.2. Testarea ipotezei de homoscedasticitate 78
1.3.6.3. Testarea ipotezei de autocorelare a erorilor 80
1.4. Legătura dintre câștigul salarial real și rata șomajului 86
1.4.1. Prezentarea problemei 86
1.4.2. Definirea modelului de regresie 86
1.4.2.1. Variabile și date folosite în model 86
1.4.2.2. Descrierea statistică a variabilelor modelului 87
1.4.3. Estimarea parametrilor modelului de regresie 89
1.4.4. Testarea semnificației parametrilor modelului de regresie 89
1.4.5. Analiza de corelație 91
1.4.5.1. Estimarea raportului de corelație 91
1.4.5.2. Testarea raportului de corelație 92
1.4.6. Verificarea ipotezelor statistice ale modelului legăturii dintre câștigul salarial real și rata șomajului 93
1.4.6.1. Ipoteza de normalitate a erorilor 93
1.4.6.2. Ipoteza de homoscedasticitate a erorilor 95
1.4.6.3. Ipoteza de autrocorelare a erorilor 96
1.4.7. Concluzie 97
1.5. Legătura dintre rata inflației și rata șomajului 99
1.5.1. Prezentarea problemei 99
1.5.2. Definirea modelului econometric 99
1.5.3. Estimarea parametrilor modelului 101
1.5.3.1. Estimarea punctuală a parametrilor 101
1.5.3.2. Estimarea parametrilor prin interval de încredere 102
1.5.4. Testarea parametrilor și a modelului propus 102
1.5.4.1. Testarea parametrilor modelului 102
1.5.4.2. Testarea modelului de regresie 103
1.5.5. Raportul de corelație și raportul de determinație 105
1.5.6. Testarea ipotezelor clasice ale unui model de regresie 105
1.5.6.1. Testarea ipotezei de normalitate a erorilor 106

BCU IASI

1.5.6.2. Testarea ipotezei de homoscedasticitate 108
1.5.6.3. Testarea ipotezei de autocorelare a erorilor 110
1.6. Legătura dintre speranța de viață și PIB/locuitor 113
1.6.1. Prezentarea problemei 113
1.6.2. Definirea modelului econometric 113
1.6.3. Estimarea parametrilor modelului 118
1.6.3.1. Estimarea punctuală a parametrilor 118
1.6.3.2. Estimarea parametrilor prin interval de încredere 119
1.6.4. Testarea parametrilor și a modelului propus 120
1.6.4.1. Testarea parametrilor modelului 120
1.6.4.2. Testarea modelului de regresie 121
1.6.5. Raportul de corelație și raportul de determinație 122
1.6.6. Testarea ipotezelor clasice ale unui model de regresie 123
1.6.6.1. Testarea ipotezei de normalitate a erorilor 123
1.6.6.2. Testarea ipotezei de homoscedasticitate 126
1.6.6.3. Testarea ipotezei de necorelare a erorilor 127
1.7. Legătura dintre rata fertilității și PIB/locuitor 130
1.7.1. Prezentarea problemei 130
1.7.2. Definirea modelului econometric 130
1.7.3. Estimarea parametrilor modelului 136
1.7.3.1. Estimarea punctuală a parametrilor 136
1.7.3.2. Estimarea parametrilor prin interval de încredere 137
1.7.4. Testarea parametrilor și a modelului propus 137
1.7.4.1. Testarea parametrilor modelului 137
1.7.4.2. Testarea modelului de regresie 138
1.7.5. Raportul de corelație și raportul de determinație 140
1.7.6. Testarea ipotezelor clasice ale unui model de regresie 140
1.7.6.1. Testarea ipotezei de normalitate a erorilor 140
1.7.6.2. Testarea ipotezei de homoscedasticitate 142
1.7.6.3. Testarea ipotezei de autocorelare a erorilor 144
1.8. Legătura dintre producția industrială și investiția netă din industrie 148
1.8.1. Prezentarea problemei 148
1.8.2. Definirea modelului econometric 148
1.8.3. Estimarea parametrilor modelului de regresie tip putere 150
1.8.3.1. Estimarea punctuală a parametrilor 150
1.8.3.2. Estimarea parametrilor prin interval de încredere 151
1.8.4. Estimarea raportului de corelație și a raportului de determinație .. 152
1.8.4.1. Estimarea raportului de corelație 152
1.8.4.2. Estimarea raportului de determinație 152
1.8.5. Testarea parametrilor și a modelului propus 153
1.8.5.1. Testarea parametrilor modelului 153
1.8.5.2. Testarea modelului de regresie 154
1.8.6.Testarea ipotezelor 155

BCU IAȘI

1.8.6.1.Testarea ipotezei de normalitate a erorilor 155
1.8.6.2. Testarea ipotezei de homoscedasticitate 156
1.8.6.3. Testarea lipsei autocorelării erorilor 157

Capitolul II. Modele de regresie multiplă

2.1. Legătura dintre valoarea adăugată brută din industrie şi factorii de producţie 161
2.1.1. Prezentarea problemei 161
2.1.2.Definirea modelului 161
2.1.3.Estimarea parametrilor funcţiei tip Cobb-Douglas 161
2.1.3.1. Estimarea punctuală a parametrilor funcţiei tip Cobb-Douglas 161
2.1.3.2. Estimarea prin interval de încredere a parametrilor modelului de regresie 163
2.1.3.3. Testarea parametrilor modelului de regresie 164
2.1.4. Calculul raportului de corelaţie şi al raportului de determinaţie ... 165
2.1.4.1.Calculul raportului de corelaţie 165
2.1.4.2. Coeficienţii corelaţiei parţiale 166
2.1.4.3. Calculul raportului determinaţiei totale 169
2.1.5. Testarea ipotezelor 170
2.1.5.1. Testarea ipotezei de normalitate a erorilor 170
2.1.5.2. Testarea ipotezei de homoscedasticitate 171
2.1.5.3. Testarea ipotezei de autocorelare a erorilor 174
2.1.5.4. Testarea ipotezei de necoliniaritate a variabilelor independente 175
2.2. Legătura dintre producţia agricolă şi factorii de influenţă 185
2.2.1. Prezentarea problemei 185
2.2.2. Definirea modelului 186
2.2.2.1. Datele statistice 186
2.2.3. Estimarea parametrilor modelului 191
2.2.3.1. Estimarea punctuală 191
2.2.3.2. Estimarea prin interval de încredere 192
2.2.4. Testarea parametrilor şi a modelului propus 193
2.2.4.1. Testarea parametrilor modelului 193
2.2.4.2. Testarea modelului de regresie 195
2.2.5. Testarea ipotezelor clasice ale modelului de regresie 197
2.2.5.1. Testarea ipotezei de normalitate a erorilor 197
2.2.5.2. Testarea ipotezei de hemoscedasticitate 201
2.2.5.3. Testarea autocorelării erorilor 202
2.2.5.4. Testarea coliniarităţii variabilelor independente 204
2.3. Legătura dintre populaţia activă civilă şi factorii de influenţă 206
2.3.1. Prezentarea problemei 206
2.3.2. Prezentarea modelului econometric 206

BCU IASI ... LIBRARY

2.3.2.1. Definirea variabilelor incluse în model şi descrierea statistică a acestora 207
2.3.2.2. Estimarea punctuală a parametrilor ecuaţiei de regresie 212
2.3.2.3. Estimarea prin interval de încredere a parametrilor ecuaţiei de regresie 213
2.3.2.4. Testarea parametrilor ecuaţiei de regresie 214
2.3.2.5. Testarea modelului de regresie 215
2.3.3. Testarea ipotezelor modelului de regresie multiplă liniară 216
2.3.3.1. Testarea ipotezei de normalitate a erorilor 216
2.3.3.2. Testarea ipotezei de homoscedasticitate 219
2.3.3.3. Testarea ipotezei de necorelare a erorilor 221
2.3.3.4. Testarea ipotezei lipsei de coliniatotate a variabilelor independente 223

Capitolul III. Analiza variaţiei în timp

3.1. Identificarea componentelor dinamicii exporturilor trimestriale ale României, în perioada 1990 – 2005 227
3.1.1. Prezentarea problemei 227
3.1.2. Variabile şi date 227
3.1.3. Metode de identificare a componentelor dinamicii exporturilor trimestriale ale României, în perioada 1990-2005 229
3.1.3.1 Cronogramă liniară 229
3.1.3.2. Funcţia de autocorelaţie 233
3.1.3.3. Testul Fisher 237
3.2. Identificarea schemei de agregare a componentelor dinamicii sosirilor în pensiunile turistice rurale din România, în perioada ianuarie 2002 – iulie 2007 241
3.2.1. Prezentarea problemei 241
3.2.2. Variabile şi date 242
3.2.3. Identificarea componentelor dinamicii sosirilor în pensiunile turistice rurale din România, în perioada ianuarie 2003 – iulie 2007 243
3.2.4. Metode de identificare a modelului de agregare a componentelor dinamicii sosirilor în pensiunile turistice rurale din România, în perioada ianuerie 2003 – iulie 2007 244
3.2.4.1. Identificarea modelului de agregare a componentelor prin testul benzii 244
3.2.4.2. Identificarea modelului de agregare a componentelor prin diagrama medie – abatere standard 245
3.2.4.3. Identificarea modelului de agregare a componentelor prin testul Buys-Ballot 247
3.3. Evoluţia ratei de creştere a PIB-ului României în perioada 1996 –2004 251
3.3.1. Rata creşterii economice 251

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY
B.C.U. "M. EMINESCU" IASI

3.3.2. Transformarea PIB-ului nominal în PIB real şi calculul ratei de creştere a PIB-ului real al României pentru perioada 1990-2004 251
3.3.3. Modelarea evoluţiei ratei de creştere anuale a PIB-ului real al României, în perioada 1990-2004 261
3.3.4. Rezultatul modelării ratei de creştere a PIB-ului real al României în perioada 1990-2004 271
3.4. Evoluţia populaţiei ocupate a României în perioada 1990-2006 273
3.4.1. Populaţia ocupată 273
3.4.2. Prezentarea generală a datelor 273
3.4.3. Prezentarea grafică a datelor 275
3.4.4. Estimarea parametrilor modelului 276
3.4.5. Testarea ipotezelor cu privire la eroarea de modelare 279
3.4.6. Concluzii 283

BCU IASI/CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Cuvânt înainte

Obiectivul lucrării de față este să prezinte studenților exemple de aplicații în diferite domenii unde aceştia ar putea utiliza econometria (modelare macroeconomică, aplicații de microeconometrie, studii de marketing, studii de previziune, finanțe, asigurări, bănci etc.). Orientarea „aplicată" presupune că studenții şi-au însuşit, mai întâi, câteva cunoştințe teoretice pe care le subliniem, pe scurt, la începutul fiecărei aplicații. Suportul teoretic minim necesar se poate găsi în lucrarea Elisabeta Jaba, Dănuț Jemna, *Econometrie,* Editura Sedcom Libris, Iaşi, 2006, precum şi în bibliografia recomandată la sfârşitul fiecărei aplicații.

Lucrarea cuprinde două mari părți: prima parte vizează studiul modelului de regresie, iar a doua parte vizează studiul seriilor de timp şi previziunea fenomenelor economice.

Aplicațiile tratează probleme de inferență statistică privitoare la modele econometrice, interpretarea economică a rezultatelor, precum şi prezentarea dificultăților care apar. Sunt prezentate diferite metode de inferență statistică, estimatorii pertinenți în acest context, ipotezele formulate, teste de inadecvanță statistică şi soluții la probleme care ar putea fi întâlnite.

În lucrare sunt abordate, mai întâi, probleme legate de modele de regresie simplă, modele de regresie multiplă şi generalizarea acestora. Un loc aparte ocupă estimarea modelelor neliniare, utilizate foarte mult în macroeconomie, microeconomie şi finanțe.

O parte importantă a lucrării este consacrată econometriei seriilor de timp, oprindu-ne, în special, asupra următoarelor aspecte: analiza şi prognoza componentelor seriei de timp (aplicații asupra estimării trendului şi componentei sezoniere), estimarea proceselor ARMA staționare, precum şi aplicații legate de econometria seriilor de timp nestaționare.

Aplicațiile sunt realizate cu ajutorul programelor statistice SPSS şi E-VIEWS. În prezentarea modelelor econometrice folosim date şi analize referitoare la România şi UE.

BCU "ASE" BUCHAREST UNIVERSITY LIBRARY

Lucrarea este elaborată de colectivul de cadre didactice care predau econometria la universitatea noastră. Răspunderea pentru materialul prezentat revine fiecărui autor.

O înţelegere bună a econometriei cere cunoaşterea ideilor economice cu privire la fenomenul şi procesul studiat, precum şi cunoştinţe rezonabile de algebră liniară şi de statistică. În tratarea econometrică a datelor disponibile cu privire la un fenomen studiat se pleacă de la ideile economice asupra acestuia, se procedează la analiza statistică descriptivă a datelor, verificându-se, a priori, originea datelor, precizia, legea de distribuţie, particularităţile lor, apoi se identifică şi se examinează modelul econometric. Un rol esenţial în econometrie îl joacă calculul reziduurilor şi reprezentarea lor grafică.

Nici un model nu este perfect, dar ne poate orienta în fundamentarea deciziilor. Practica corectă a econometriei cere bun-simţ, prudenţă şi circumspecţie în interpretarea rezultatelor.

Este momentul şi locul să mulţumim tuturor celor care s-au implicat în susţinerea realizării acestui volum. Mulţumirile noastre se îndreaptă, în mod deosebit, spre domnul profesor univ. dr. Mihai Roman, director al proiectului de cercetare CEEX D8-04-2005: *Politici, modele şi scenarii de creştere economică în vederea aderării României la Uniunea Europeană*, în cadrul căruia este finanţată apariţia acestei lucrări. La sfârşit, dar nu în ultimul rând, mulţumirile noastre se îndreaptă spre Editura Universităţii „Al.I. Cuza" Iaşi care asigură apariţia în bune condiţii a volumului de faţă.

Profesor univ. dr. Elisabeta Jaba Martie 2008, Iaşi

BCU IASI/CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

CAPITOLUL I

MODELE DE REGRESIE SIMPLĂ

BCU IASI/CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

BCU IASI/CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

1.1. Modelul de regresie simplă liniară

Analiza de regresie este analiza statistică prin care se studiază legătura dintre o variabilă pe care vrem să o modelăm, *variabila dependentă* (de regulă, notată prin *Y*), şi un set de *variabile independente* (de regulă, notate prin *X*) presupuse că ar influenţa variabila de modelat. În general, analiza de regresie este folosită pentru: modelarea legăturii dintre *X* şi *Y*, pentru testarea ipotezelor şi pentru prognoza nivelului variabilei dependente.

Acest capitol vizează prezentarea demersului metodologic al unei ***analize de regresie simplă.***

Demersul metodologic al unei *analize de regresie simplă* presupune rezolvarea unor probleme de statistică descriptivă şi de statistică inferenţială.

Sub aspect descriptiv ne interesează:

- analiza logică, pe baza teoriei economice, a existenţei unei legături între variabilele considerate şi identificarea, pe baza criteriului informaţiei, a variabilei dependente şi a variabilei independente;
- aproximarea modelului legăturii dintre variabile, folosind reprezentarea grafică a variaţiei celor două variabile considerate;
- evaluarea contribuţiei fiecărei valori a variabilei independente, *X*, la variaţia variabilei dependente, *Y*.

Sub aspect inferenţial ne interesează:

- specificarea modelului legăturii, incluzând şi ipotezele care privesc prezenţa aleatorului;
- estimarea parametrilor modelului;
- testarea semnificaţiei statistice a legăturii dintre *X* şi *Y*;
- analiza reziduurilor şi măsurarea influenţei observaţiilor;
- previziunea valorii variabilei Y pentru o valoare fixă a variabilei X.

1.1.1. Prezentarea problemei

Pentru prezentarea principalelor aspecte descriptive şi inferenţiale ale analizei de regresie vom folosi un model de regresie simplă liniară. În scop didactic, vom lua un exemplu simplu, cu date convenţionale, cu privire la efectul *vârstei vinului (ani)* asupra *preţului unei sticle cu vin (Euro).*

BCU CLUJ UNIVERSITY LIBRARY

Pe baza informației oferite de teoria și practica economică cu privire la comportamentul celor două variabile, se poate considera că între acestea există o legătură statistică exprimată printr-un model de regresie simplă liniară. Regresia simplă liniară este un caz particular al analizei de regresie. Într-un astfel de model variabila dependentă este explicată numai de o singură variabilă independentă. Se înțelege că *prețul unei sticle cu vin* nu depinde numai de *vârsta vinului*, ci și de un ansamblu de alte variabile pe care le vom considera constante în raport cu relația dintre cele două variabile. Influența lor o exprimăm sintetic printr-o variabilă numită eroare sau reziduu.

Înregistrăm un eșantion de $n = 7$ sticle. Datele pentru cele n cupluri (x_i, y_i) corespunzătoare valorilor celor două variabile numerice, *X, vârsta vinului (ani),* și *Y, prețul unei sticle cu vin (Euro),* sunt prezentate în Tabelul 1.1.1.

Tabelul 1.1.1. *Vârsta vinului (ani) și prețul unei sticle cu vin (Euro), înregistrate pe un eșantion de 7 sticle alese aleator dintr-un lot destinat vânzării*

Produsul	Vârsta vinului (ani) (X)	Prețul unei sticle de vin (Euro) (Y)
A	1,0	10
B	2,0	12
C	3,0	15
D	4,0	18
E	5,0	20
F	6,0	23
G	7,0	25

Sursa: Date convenționale

1.1.2. Definirea modelului de regresie simplă liniară

1.1.2.1. Forma, variabilele și parametrii modelului de regresie

Forma modelului de regresie simplă liniară este:

$$Y = \alpha + \beta X + \varepsilon .$$

Variabilele modelului, pentru exemplul considerat, sunt:

- *variabila dependentă* (rezultativă): Y – prețul unei sticle cu vin (Euro);

- *variabila independentă* (factorială): X – vârsta vinului (ani);
- *variabila eroare* (reziduu): ε – variabila aleatoare, variabila care însumează influența altor variabile asupra prețului, dar care nu sunt specificate expres în model. Variabila ε exprimă abaterile între valorile observate și valorile estimate prin model ale variabilei Y.

Parametrii modelului de regresie simplă liniară, numiți și **coeficienți de regresie**, sunt:

α – *ordonata la origine* – arată valoarea medie a variabilei Y când $X = 0$;

β – *panta dreptei* – arată variația medie a variabilei dependente, Y, la o variație absolută cu o unitate a variabilei X, adică variația variabilei Y este proporțională cu variația variabilei X:

$$\beta = \frac{dy}{dx}.$$

Modelul de regresie liniar este caracterizat prin proprietăți ca:

- simplitate
- capacitatea de aplicare directă pentru verificarea existenței unei relații între variabile
- estimarea directă a parametrilor prin metoda celor mai mici pătrate.

Analiza descriptivă a variabilelor din modelul de regresie

Construirea unui model econometric cere, mai întâi, să se realizeze o analiză descriptivă a fiecărei variabile considerate în model, pentru a studia caracteristicile fiecărei distribuții. Se verifică dacă există *valori lipsă, valori aberante* din punct de vedere statistic. Se recomandă ca astfel de valori să nu fie luate în analiză pentru că ar deforma rezultatele.

Caracteristicile celor două variabile și boxploturile corespunzătoare sunt prezentate în Figura 1.1.1.

Observând rezultatele analizei descriptive a celor două distribuții, caracteristicile și forma lor, se constată că sunt distribuții normale, simetrică pentru variabila X (Vârsta vinului – ani) și ușor asimetrică la stânga pentru Y (Prețul unei sticle cu vin – Euro), cu un coeficient de asimetrie mai mic decât 1. Nu se înregistrează valori aberante pentru nici una dintre variabile.

BCU ION CREANGĂ UNIVERSITY LIBRARY

Figura 1.1.1. (a) *Statistica descriptivă pentru variabila vârsta vinului*

Vârsta vinului (ani)

N	Valid	7
	Missing	0
Mean		4,0000
Std. Deviation		2,16025
Skewness		,000
Std. Error of Skewness		,794
Kurtosis		-1,200
Std. Error of Kurtosis		1,587
Sum		28,00

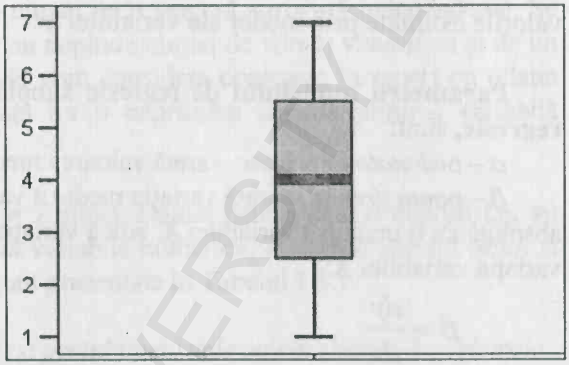
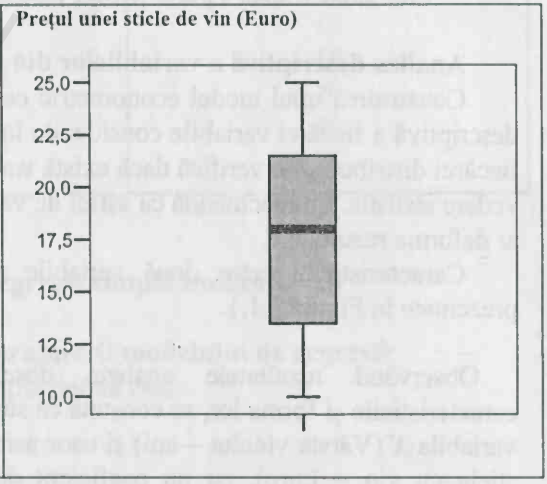


Figura 1.1.1. (b) *Statistica descriptivă pentru variabila prețul unei sticle cu vin*

Prețul unei sticle de vin (Euro)

N	Valid	7
	Missing	0
Mean		17,5714
Std. Deviation		5,56349
Skewness		-,054
Std. Error of Skewness		,794
Kurtosis		-1,385
Std. Error of Kurtosis		1,587
Sum		123,00



BCU IASI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

1.1.2.2. Aproximarea grafică a modelului legăturii dintre variabile

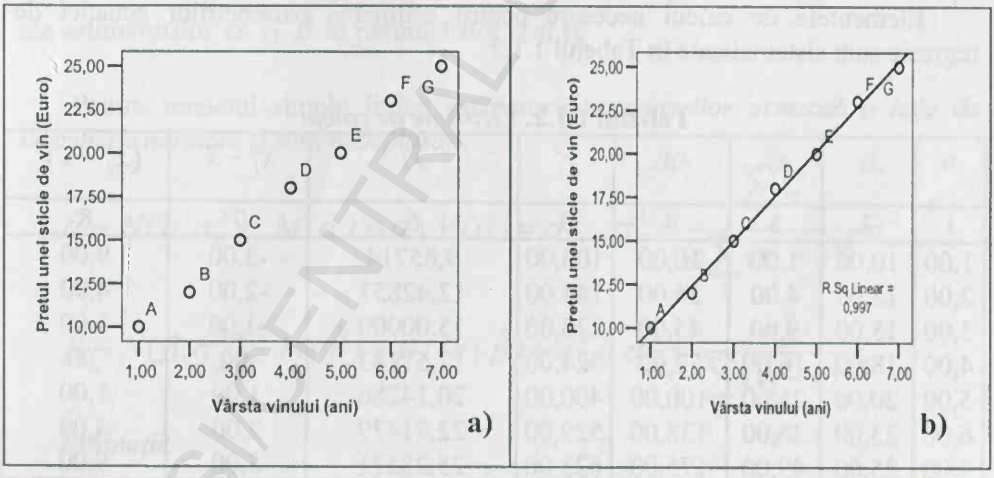
Relația dintre cele două variabile, X și Y, poate fi vizualizată cu ajutorul *diagramelor de dispersie* (Vezi Figura 1.1.2.a și b). Diagrama de dispersie din Figura 1.1.2.a prezintă cele n cupluri (x_i, y_i) sub forma unui nor de puncte în planul (x, y) și este folosită pentru **aproximarea modelului de regresie** (vezi Figura 1.1.2.b).

Forma norului de puncte din diagrama din *Figura 1.1.2.b* sugerează o legătură liniară între vârsta vinului și prețul unei sticle cu vin. Pe măsură ce cresc valorile variabilei „Vârsta vinului", are loc o creștere medie a valorilor variabilei „Prețul unei sticle cu vin". Între cele două variabile se constată, deci, o legătură directă, liniară, de forma: $Y = a + bX + e$.

Prin urmare, pentru cazul considerat, se verifică ideea susținută în teoria și practica economică, anume a existenței unei legături între cele două variabile considerate: vârsta vinului are efect asupra prețului unei sticle cu vin.

Pentru explicitarea legăturii se efectuează estimarea parametrilor modelului de regresie aproximat pe cale grafică.

Figura 1.1.2. *Legătura dintre vârsta vinului și prețul unei sticle de vin*



1.1.3. Estimarea parametrilor modelului

1.1.3.1. Estimarea punctuală a parametrilor

Estimarea punctuală a parametrilor modelului de regresie se bazează pe criteriul minimizării sumei pătratelor abaterilor între *valorile observate,* y_i , şi *valorile teoretice,* $\hat{y}_i$, adică:

$$\sum_{i=1}^{n} e_i^2 = \sum (y_i - \hat{y}_i)^2 = \min .$$

În cazul dreptei de regresie, $\hat{y} = a + bx$, construită pe baza unui eşantion observat, estimaţiile a şi b ale parametrilor α şi β se pot calcula după relaţiile:

Panta dreptei: $b = \dfrac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2} = \dfrac{\text{cov}(x,y)}{s_x^2} = r\dfrac{s_y}{s_x}$;

Termenul constant, ordonanta la origine, a, este: $a = \bar{y} - b\bar{x}$.

Elementele de calcul necesare pentru estimarea parametrilor ecuaţiei de regresie sunt sistematizate în Tabelul 1.1.2.

Tabelul 1.1.2. *Elemente de calcul*

x_i	y_i	x_i^2	$x_i y_i$	y_i^2	$\hat{y}_i$	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$
1	2	3	4	5	6	7	8
1,00	10,00	1,00	10,00	100,00	9,85714	-3,00	9,00
2,00	12,00	4,00	24,00	144,00	12,42857	-2,00	4,00
3,00	15,00	9,00	45,00	225,00	15,00000	-1,00	1,00
4,00	18,00	16,00	72,00	324,00	17,57143	,00	,00
5,00	20,00	25,00	100,00	400,00	20,14286	1,00	1,00
6,00	23,00	36,00	138,00	529,00	22,71429	2,00	4,00
7,00	25,00	49,00	175,00	625,00	25,28571	3,00	9,00
28	123	140	564	2347	123	-	28

BCU IAŞI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Ecuația estimată este:

$$\hat{y} = a + bx = 7{,}286 + 2{,}571x$$

Estimația b a parametrului de regresie β, luând valoare pozitivă, arată că legătura între variabilele X şi Y este directă. De asemenea, scoate în evidență relația de proporționalitate dintre variația celor două variabile, $\beta = \frac{dy}{dx}$, şi anume: când vechimea vinului creşte cu un an, prețul unei sticle cu vin creşte în medie cu 2,571 Euro.

1.1.3.2. Estimarea parametrilor prin interval de încredere

În majoritatea cazurilor se lucrează cu un eşantion extras dintr-o populație, un eşantion posibil dintr-o mulțime de eşantioane extrase după aceleaşi reguli şi în aceleaşi condiții. Rezultatele obținute pe baza eşantionului observat se inferează asupra populației din care s-a extras eşantionul. Acestea sunt doar valori posibile ale estimatorilor definiți prin distribuții de selecție.

Estimarea prin interval de încredere se bazează pe distribuțiile de selecție ale estimatorilor $\hat{\alpha}$ şi $\hat{\beta}$ ai parametrilor α şi β.

Pentru modelul simplu liniar, *estimatorii parametrilor urmează o lege de distribuție normală* şi sunt *nedeplasați*:

$$\hat{\alpha} \sim N(\alpha, \sigma_{\hat{\alpha}}^2);\ M(\hat{\alpha}) = \alpha;\ V(\hat{\alpha}) = \sigma_{\hat{\alpha}}^2;\ \sigma_{\hat{\alpha}}^2 = \frac{\sum_i x_i^2}{n\sum_i (x_i - \bar{x})^2}\sigma_\varepsilon^2$$

$$\hat{\beta} \sim N(\beta, \sigma_{\hat{\beta}}^2);\ M(\hat{\beta}) = \beta;\ V(\hat{\beta}) = \sigma_{\hat{\beta}}^2;\ \sigma_{\hat{\beta}}^2 = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{\sum_i (x_i - \bar{x})^2},$$

Estimații:

- pentru varianța erorilor σ_ε^2:

$$s_e^2 = \frac{\sum_i e_i^2}{n-2} = \frac{\sum_i (y_i - a - bx_i)^2}{n-2}$$

BCU IASI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

-pentru varianța estimatorului $\hat{a}$:

$$s^2_{\hat{a}} = \frac{\sum_i x_i^2}{n\sum_i (x_i - \bar{x})^2} s_e^2$$

- pentru varianța estimatorului $\hat{b}$:

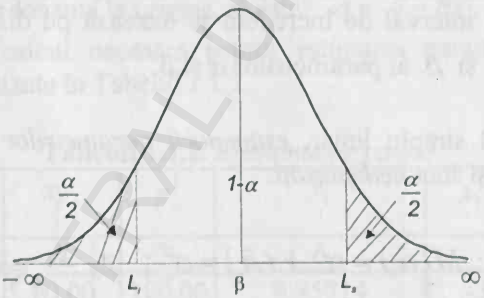
$$s^2_{\hat{\beta}} = \frac{s_e^2}{\sum_i (x_i - \bar{x})^2}$$

Intervalul de încredere

Intervalul de încredere pentru coeficientul de regresie β este definit de relația:

$b \pm t_{\alpha/2} \cdot s_{\hat{\beta}}$ și este prezentat în Figura 1.1.3.

Figura 1.1.3. *Distribuția de selecție a estimatorului $\hat{\beta}$ și intervalul de încredere*



Pe baza datelor din Tabelul 1.1.2, s-au calculat $b = 2{,}571$ și $\sum (x_i - \bar{x})^2 = 28$.

Valorile $s_{\hat{\beta}}$ și $s_{\hat{\varepsilon}}$ sunt calculate pe baza elementelor de calcul din Tabelul 1.1.3.

BCU IAȘI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Tabelul 1.1.3. *Calculul reziduului* ($e_i = y_i - \hat{y}_i$)

y_i	$\hat{y}_i$	e_i	e_i^2
10,00	9,85714	,14286	,0204
12,00	12,42857	-,42857	,1837
15,00	15,00000	,00000	,0000
18,00	17,57143	,42857	,1837
20,00	20,14286	-,14286	,0204
23,00	22,71429	,28571	,0816
25,00	25,28571	-,28571	,0816
123	123	0,0	0,5714

Estimația varianței erorii este:

$$s_{\hat{\varepsilon}}^2 = \frac{\sum e_i^2}{n-2} = \frac{0,5714}{7-2} = 0,114.$$

Estimația varianței estimatorului $\hat{\beta}$:

$$s_{\hat{\beta}}^2 = \frac{s_{\hat{\varepsilon}}^2}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2} = \frac{0,114}{28} = 0,004;\ s_{\hat{\beta}} = 0,064$$

Astfel, folosind datele din exemplul considerat anterior, pentru un risc $\alpha = 0,05$, la care citim în tabelul Student un $t_{\frac{\alpha}{2};n-2} = t_{0.025;5} = 2,571$, se calculează următorul interval de încredere pentru parametrul β:

$$(2,571 \pm 2,571 \cdot 0,064).$$

Interpretare

Putem spune, cu o încredere de 95%, că valoarea adevărată a coeficientului de regresie, β, ar fi acoperită de intervalul *[2,407; 2,736]*.

BCU IAȘI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

1.1.4. Testarea semnificației corelației și a parametrilor modelului de regresie

1.1.4.1. Testarea semnificației corelației

Testarea semnificației corelației constă în evaluarea globală a modelului de regresie și presupune testarea influenței variabilei factoriale (X) asupra variației variabilei rezultative (Y).

Se verifică dacă variabila factorială (X) influențează semnificativ variația variabilei rezultative (Y), adică dacă este semnificativă proporția variației explicate pe seama variabilei factoriale. Această operație se bazează pe *ecuația de analiză a varianței*, respectiv a *raportului de determinare*, R^2, și a *raportului de nedeterminare*, $(1- R^2)$.

Evaluarea globală a modelului de regresie se realizează prin testarea fie a coeficientului de corelație, fie a raportului de corelație.

Observație:

În cazul unei regresii liniare simple, pătratul coeficientului de corelație Pearson, ρ^2, este egal cu pătratul raportului de corelație Pearson, η^2.

Pentru **testarea coeficientului de corelație** se poate folosi ***statistica test t Student***, iar pentru **testarea raportului de corelație** ***statistica test F Fisher.*** Rezultatele sunt aceleași.

A. Demersul testării modelului de regresie pe baza statisticii test t Student

Demersul testării pleacă de la formularea ipotezei H_0, considerându-se că variația variabilei X nu influențează variabila Y, adică: $\rho = 0$.

Ipoteze

Ipoteza nulă $H_0 : \rho = 0$

Ipoteza alternativă: $H_1 : \rho \neq 0$

Statistica test

Verificarea ipotezei H_0 se face cu ajutorul *testului t (Student) pentru coeficientul de corelație simplă* și anume:

BCU IASI/CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Statistica test t Student:

$$t = \frac{\hat{\rho}}{\hat{\sigma}_{\hat{\rho}}} = \frac{\hat{\rho}\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-\hat{\rho}^2}}.$$

unde:

t este o statistică Student cu $(n-2)$ grade de libertate;

$\hat{\rho}$ este estimatorul lui ρ, coeficientul de corelație;

$\hat{\sigma}_{\hat{\rho}}$ este estimatorul abaterii medii pătratice a lui $\hat{\rho}$:

$$\hat{\sigma}_{\hat{\rho}} = \sqrt{\frac{1-\hat{\rho}^2}{n-2}}$$

La nivelul unui eşantion observat, se folosesc relaţiile:

$$t = \frac{r}{s_r} = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}}, \quad s_{\hat{\rho}} = \sqrt{\frac{1-r^2}{n-2}}$$

unde:

r , r^2 şi $(1-r^2)$ reprezintă coeficientul de corelaţie simplă, respectiv raportul de deteminare şi raportul de nedeterminare, valori calculate pe baza eşantionului observat;

n – numărul cuplurilor de valori x şi y.

Coeficientul de corelaţie teoretic, notat cu ρ, pentru două variabile numerice, X şi Y, la nivelul unei populaţii de volum N, este definit de relaţia:

$$\rho = \frac{\mathrm{cov}(X,Y)}{\sigma_x \cdot \sigma_y} = \frac{\sum_i (x_i - \mu_X)(y_i - \mu_Y)}{N \cdot \sigma_x \cdot \sigma_y}, \quad i = 1,\ldots,N$$

în care:

- $\mathrm{cov}(X,Y)$ – covarianţa;
- x_i, y_i , μ_X , μ_Y – valorile şi nivelul mediu al variabilelor corelate;
- N – numărul perechilor de valori;

BCU IAŞI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

- σ_x , σ_y – abaterea medie pătratică pentru *X*, respectiv pentru *Y*.

Observație:

Comparând relația de calcul a coeficientului de regresie, β, cu cea a coeficientului de corelație, ρ, se constată că între acești indicatori există următoarea legătură:

$$\rho = \beta \cdot \frac{\sigma_x}{\sigma_y},$$

de unde rezultă că semnul coeficientului de corelație coincide cu semnul coeficientului de regresie, deoarece σ_x și $\sigma_y \geq 0$.

Valoarea coeficientului de corelație este cuprinsă între *-1* și *+1*.

Valorile extreme ale lui ρ exprimă o *legătură liniară perfectă* (funcțională) între cele două variabile, pozitivă, respectiv negativă. *Valoarea 0 semnifică absența legăturii* între cele două variabile.

Coeficientul de corelație este un parametru care se determină la nivelul unei populații, atunci când dispunem de date pentru variabilele considerate pe ansamblul populației. Când dispunem numai de date la nivelul unui eșantion extras din populația studiată, valoarea coeficientului de corelație trebuie estimată.

Un estimator pentru ρ este $\hat{\rho}$, care are ca valori posibile coeficienții de corelație empirici, determinați la nivelul eșantioanelor posibil de extras printr-o metodă de sondaj.

La nivelul unui eșantion de volum *n*, se determină *coeficientul de corelație empiric* propus de K. Pearson:

$$r = \frac{\operatorname{cov}(x,y)}{s_x \cdot s_y} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n \cdot s_x \cdot s_y},$$

care reprezintă o estimație pentru parametrul ρ.

Dezvoltând relația de mai sus, se obține o *formulă de calcul simplificat al coeficientului de corelație empiric,* bazată pe elementele calculate deja pentru coeficientul de regresie, *b*:

$$r = \frac{n\sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{\sqrt{[n\sum x_i^2 - (\sum x_i)^2][n\sum y_i^2 - (\sum y_i)^2]}}, \quad i = 1,...,n$$

BCU IAȘI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Folosind datele din Tabelul 1.1.2, intensitatea legăturii dintre vârsta vinului şi preţul unei sticle de vin se calculează, pe baza relaţiei de mai sus, astfel:

$$r = \frac{7.564 - 28.123}{\sqrt{[7.140 - (28)^2][7.2347 - (123)^2]}} = 0,99846$$

Valoarea obţinută este foarte apropiată de *+1*, deci între cele două variabile există o legătură directă foarte strânsă.

Regula de decizie

Valoarea calculată a lui *t* se compară cu valoarea teoretică obţinută din tabelul *t*, pentru *n-2* grade de libertate şi pentru nivelul de semnificaţie stabilit. Dacă $|t_{calc.}| > |t_{tab.}|$, *atunci se respinge* H_0 *şi se trage concluzia că între variabilele cercetate există o legătură semnificativă, deci coeficientul de corelaţie este semnificativ statistic* şi modelul este corect specificat.

Valoarea teoretică a testului

Pentru exemplul dat, se citeşte valoarea teoretică a lui *t* din tabela Student, pentru $n - 2 = 5$ grade de libertate şi un nivel de semnificaţie $\alpha = 0,05$, pentru un test bilateral, şi anume *t =2,571.*

Valoarea calculată a testului t

Considerând legătura dintre vârsta vinului şi preţul unei sticle de vin, prezentată prin datele din Tabelul 1.1.1, cu n=7 cupluri de valori, *x* şi *y*, pentru care a rezultat un coeficient de corelaţie $r = 0,985$, se calculează valoarea *testului t* , astfel:

$$t = \frac{0,99846\sqrt{7-2}}{\sqrt{1-0,99846^2}} = 40,24.$$

Decizia

Comparând $t_{calc.}$ cu $t_{tab.}$ se observă că: $(t_{calc.} = 40,24) > (t_{tab.} = 2,571)$, deci se respinge ipoteza nulă, coeficientul de corelaţie este semnificativ diferit de zero. Prin urmare, modelul este corect specificat şi poate fi reţinut.

BCU "ASIC CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

B. Demersul testării modelului de regresie folosind statistica test F

Evaluarea globală a modelului de regresie pe baza raportului de corelație presupune folosirea statisticii test *F* Fisher.

Demersul testării prin statistica test *F* este asemănător demersului testării prin statistica test *t*.

Statistica test F:

$$F = \frac{S^2_{reg}}{S^2_{rez}} = \frac{R^2}{1-R^2} \cdot \frac{n-k}{k-1},$$ *urmează o lege de distribuție Fisher,*

unde:

S^2_{reg} reprezintă estimația variației explicată prin model;

S^2_{rez} reprezintă estimația variației neexplicată, varianța reziduală;

R^2 este raportul de determinare, iar $(1-R^2)$ reprezintă raportul de nedeterminare.

Elementele de calcul și valoarea raportului *F* se pot obține ușor cu ajutorul programelor statistice. De exemplu, în SPSS, rezultatele sunt prezentate în *Tabelul ANOVA*, și anume:

- estimațiile celor două componente ale variației,
- gradele de libertate corespunzătoare,
- estimațiile varianțelor, explicată și reziduală,
- valoarea calculată a raportului Fisher și
- semnificația testului, *Sig.*

Pe baza elementelor din Tabelul ANOVA se calculează un indicator sintetic R^2, raportul de determinație, folosit pentru evaluarea modelului.

Valoarea teoretică a testului F

Pentru exemplul dat, se citește valoarea teoretică a lui *F* din tabela Fisher, și anume $F = 6,608$, pentru $v_1 = k - 1 = 1$ și $v_2 = n - k = 5$ grade de libertate și un nivel de semnificație $\alpha = 0,05$.

Valoarea calculată a testului F

În cazul unei regresii simple liniare, pătratul raportului de corelație Pearson, η^2, este egal cu pătratul coeficientului de corelație Pearson, ρ^2. În exemplul dat, folosind estimația calculată pentru coeficientul de corelație, obținem: $\rho^2 = \eta^2 = 0,99846^2$.

BCU CLUJ UNIVERSITY LIBRARY

Valoarea calculată a lui F este:

$$F_{calc.} = \frac{R^2}{1-R^2} \cdot \frac{n-2}{2-1} = \frac{0{,}99846^2}{1-0{,}99846^2} \frac{7-2}{1} = 1620.$$

Rezultatele verifică relațiile dintre cele două statistici test, statistica test t Student aplicată asupra coeficientului de corelație și statistica test F aplicată asupra raportului de corelație ($40{,}24^2 = 1620$).

Decizia. Pentru un $\alpha = 0{,}05$ și gradele de libertate corespunzătoare, se constată că valoarea calculată a testului F este mai mare decât valoarea teoretică a acestuia, $F_{calc.} > F_{\alpha,(k-1,n-k)}$. Prin urmare, se poate lua decizia de a respinge ipoteza nulă, cu un risc acceptat de 5%.

În SPSS, testul Fisher se realizează pe baza procedeului de descompunere a variației variabilei dependente în cele două componente: variația explicată, dată de modelul de regresie, și variația reziduală. Tabelul ANOVA, redat în Tabelul 1.1.11, prezintă estimațiile celor două componente ale variației, gradele de libertate corespunzătoare, estimațiile varianțelor, explicată și reziduală, valoarea calculată a raportului Fisher și semnificația testului.

1.1.4.2. Testarea parametrilor unui model de regresie

Testarea parametrilor unui model de regresie respectă demersul clasic al testării statistice a parametrilor cu ajutorul *testului t Student*.

Etapele testării

Formularea ipotezelor. Testarea semnificației coeficientului de regresie β pleacă de la formularea următoarelor ipoteze:

$H_0 : \beta = 0$

$H_1 : \beta \neq 0$

Dacă respingem ipoteza H_0, cu un prag de semnificație α ales, atunci legătura dintre cele două variabile X și Y este semnificativă. În practica economică se consideră, de regulă, un $\alpha = 0{,}05$, adică se consideră un risc de *5%* de a respinge pe nedrept ipoteza H_0 atunci când aceasta ar fi adevărată.

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Pentru testarea semnificației coeficientului de regresie β se folosește *statistica t* Student.

Statistica test t este definită de relația:

$$t = \frac{\hat{\beta} - \beta}{\hat{\sigma}_{\hat{\beta}}}$$

În ipoteza H_0, statistica $t = \frac{\hat{\beta} - \beta}{\hat{\sigma}_{\hat{\beta}}}$ devine: $t = \frac{\hat{\beta} - 0}{\hat{\sigma}_{\hat{\beta}}} = \frac{\hat{\beta}}{\hat{\sigma}_{\hat{\beta}}}$.

Statistica *t* urmează o lege de repartiție *Student* cu *(n-2)* grade de libertate.

La nivelul unui eșantion observat, statistica *t* se scrie:

$$t = \frac{b - \beta}{s_{\hat{\beta}}} = \frac{b}{s_{\hat{\beta}}}.$$

Valoarea teoretică a testului

Pentru un prag de semnificație α, se citește din tabelul Student o valoare teoretică a testului $t_{\alpha/2;n-2}$. Se utilizează un risc $\alpha/2$ pentru aflarea valorii teoretice, deoarece distribuția Student este simetrică, iar suprafața de respingere (α) este împărțită în două părți egale ($\alpha/2$).

În exemplul considerat, din tabelul Student citim, pentru $\alpha/2 = 0{,}025$ și $n-2=5$, valoarea $t_{0{,}025;5} = 2.571$.

Regula de decizie

Presupune compararea valorii statisticii test calculate la nivelul eșantionului observat cu valoarea teoretică corespunzătoare, citită din tabelul Student.

Pentru un risc $\alpha = 0{,}05$, dacă $t_{calc} > t_{\alpha/2;n-2}$, se respinge ipoteza H_0, adică coeficientul de regresie β este considerat semnificativ diferit de *0* (se acceptă $H_1 : \beta \neq 0$). Decizia se poate lua și pe baza valorii Sig., astfel:

Sig. > α : se acceptă ipoteza H_0,

Sig. < α : se respinge ipoteza H_0, cu o încredere de 95%.

Valoarea calculată a testului

Se află pe baza datelor observate la nivelul eșantionului:

$$t_{calc} = \frac{b}{s_{\hat{\beta}}} = \frac{2{,}571}{0{,}064} = 40{,}24.$$

BCU "SPIRU HARET" UNIVERSITY LIBRARY

Decizia

Presupune aplicarea regulii de decizie.

În exemplul considerat, $t_{calc} = 40{,}24$, iar valoarea teoretică citită în tabelul Student, pentru $\alpha / 2 = 0{,}025$ şi *n-2=5,* este: $t_{0{,}025;5} = 2{,}571$. Ca urmare, $t_{calc.} > t_{0{,}025;5}$, coeficientul de regresie β este semnificativ diferit de *0,* adică variabila *X, vârsta vinului (ani),* are influenţă semnificativă asupra variabilei *Y, preţul unei sticle de vin (Euro).*

Dacă intervalul de încredere pentru β ar conţine valoarea *0,* atunci nu s-ar putea decide cu privire la respingerea ipotezei H_0, ceea ce nu este cazul în exemplul nostru, deci factorul *X* influenţează semnificativ variabila *Y.*

1.1.5. Testarea ipotezelor clasice asupra modelului de regresie simplă

Estimarea prin metoda celor mai mici pătrate a parametrilor modelului de regresie are sens numai dacă sunt respectate anumite ipoteze.

1.1.5.1. Ipoteze statistice clasice asupra modelului de regresie simplă

Ipotezele statistice clasice asupra modelului de regresie sunt:

- **Liniaritatea modelului.** Relaţia între Y şi X este liniară. Această ipoteză este necesară pentru estimarea parametrilor modelului;
- **Normalitatea erorilor.** Variabila ε este distribuită normal: $\varepsilon \approx N(0, \sigma_\varepsilon^2)$;
- **Homoscedasticitatea.** Varianţele ε_i sunt constante pentru oricare valoare a variabilei X, adică, $V(\varepsilon_i) = \sigma^2$;
- **Necorelarea erorilor.** Erorile sunt necorelate între ele: $\text{cov}(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0$;
- **Independenţa erorilor de valorile variabilei X.** Valorile variabilei ε sunt independente de valorile variabilei explicative X, adică $\text{cov}(\varepsilon, x) = 0$.

Încălcarea ipotezelor poate afecta calitatea estimatorilor.

1.1.5.2. Testarea liniarităţii modelului propus

Liniaritatea relaţiei dintre variabila dependentă şi variabila independentă este importantă atât pentru acurateţea predictivă a modelului, cât şi pentru validitatea coeficienţilor estimaţi.

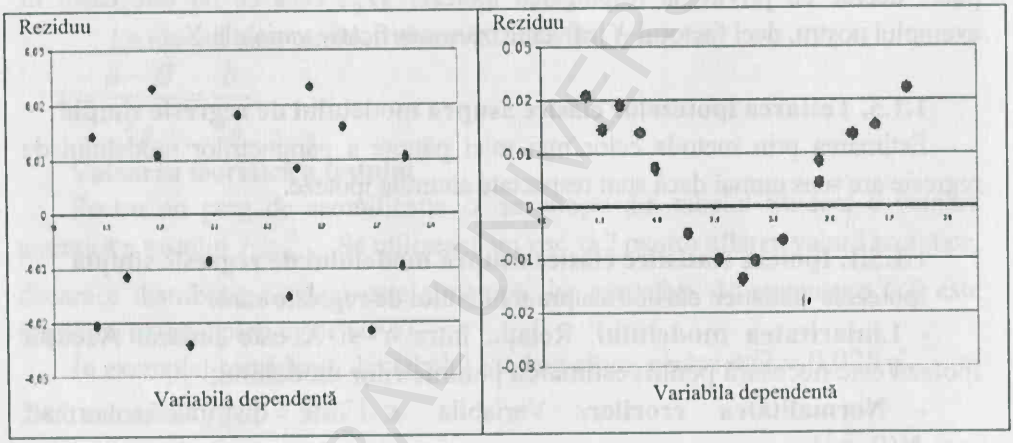
Verificarea liniarităţii se poate efectua grafic, folosind: *scatterplots*; *diagrama reziduurilor din regresie.*

BC "VASILE GOLDIŞ" WESTERN UNIVERSITY LIBRARY

Diagrama reziduurilor din regresie

Diagrama reziduurilor din regresie se construieşte luând pe ordonată variabila reziduu şi pe abscisă variabila dependentă (Figura 1.1.4). Dacă reziduurile apar dispersate aleator, de o parte şi de alta a valorii zero (Figura 1.1.4.a), atunci relaţia poate fi modelată cu ajutorul regresiei liniare. Dacă reziduurile apar dispersate în blocuri deasupra sau sub valoarea zero (Figura 1.1.4.b), atunci relaţia dintre variabilele considerate nu poate fi modelată cu ajutorul regresiei liniare.

Figura 1.1.4. *Distribuţia reziduurilor în cazul relaţiei de tip liniar (a) şi a relaţiei de tip neliniar (b)*



(a) (b)

În cazul unor relaţii neliniare, se poate gândi la o adecvare la un model liniar, utilizând o transformare logaritmică etc., sau pot fi tratate ca atare.

În exemplul considerat, distribuţia reziduurilor de regresie validează ipoteza modelului de regresie liniar, reziduurile plasându-se aleator de o parte şi de alta a valorii zero (vezi Figura 1.1.5).

1.1.5.3. Testarea normalităţii erorilor

Ipoteza de normalitate a erorilor presupune că variabila ε urmează o lege normală de medie 0 şi varianţă σ^2:

$$\varepsilon \sim N(0, \sigma^2).$$

Efectele încălcării acestei ipoteze

Ipoteza de normalitate a erorilor este importantă pentru stabilirea proprietăţilor estimatorilor parametrilor modelului de regresie. Dacă

$\varepsilon \sim N(0,\sigma^2)$, atunci estimatorii parametrilor modelului de regresie urmează, de asemenea, o lege normală:

$$\hat{\alpha} \sim N(\alpha, \sigma_{\hat{\alpha}}^2), \quad \hat{\beta} \sim N(\beta, \sigma_{\hat{\beta}}^2).$$

Dacă ipoteza de normalitate este încălcată, proprietăţile estimatorilor construiţi pe baza metodei celor mai mici pătrate au doar proprietăţi asimptotice, adică necesită eşantioane sau seturi mari de date.

Verificarea acestei ipoteze implică şi testarea ipotezei că, în medie, modelul este bine specificat: $M(\varepsilon) = 0$.

A. Testarea ipotezei $M(\varepsilon) = 0$

Testarea ipotezei $M(\varepsilon) = 0$ se poate realiza cu ajutorul testului *t* Student, folosit pentru compararea mediei cu valoarea 0. Conform rezultatelor din SPSS, Tabelul 1.1.4: *One-Sample Test,* valoarea calculată a testului t este mică (egală cu *0,000*), semnificaţia testului (*Sig t = 1*) este mai mare decât $\alpha = 0{,}05$, ca urmare, putem lua decizia de a accepta ipoteza nulă, adică ipoteza că media erorilor nu diferă semnificativ de valoarea zero (*Test Value = 0*).

Tabelul 1.1.4. *One-Sample Test pentru testarea ipotezei* $M(\varepsilon) = 0$

	Test Value = 0					
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
					Lower	Upper
Unstandardized Residual	.000	6	1.000	.00000000	-,2854136	,2854136

B. Testarea ipotezei de normalitate a erorilor: $\varepsilon \sim N(0,\sigma^2)$

Testarea ipotezei de normalitate a erorilor se poate realiza cu ajutorul procedeelor grafice (histograma, boxplot, P-P-plot, diagrama reziduurilor) sau a procedeelor numerice (testul Kolmogorov-Smirnov, testul Jarque-Bera).

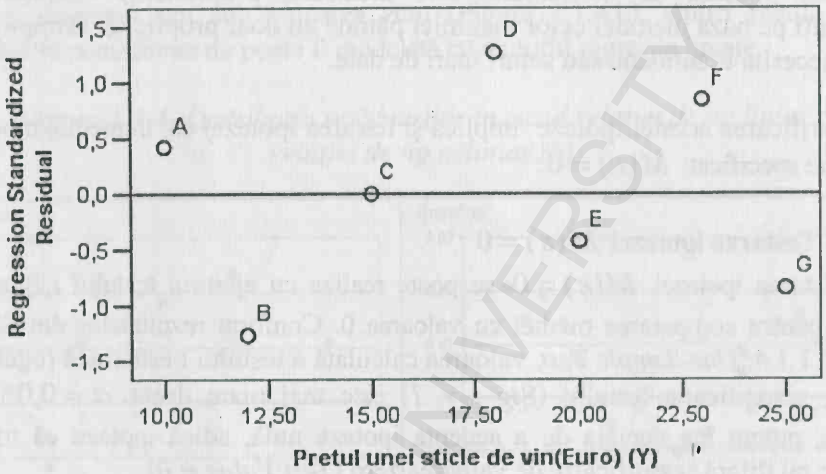
B1. Diagrama de dispersie a reziduurilor

Încălcarea ipotezei de normalitate se poate detecta pe un grafic al reziduurilor (vezi Figura 1.1.5). Diagrama de dispersie a reziduurilor se

BCU CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

construieşte considerând pe ordonată valori ale variabilei reziduale, iar pe abscisă valori estimate ale variabilei dependente.

Figura 1.1.5. *Distribuţia reziduurilor din regresia observată în cazul relaţiei dintre vârsta vinului şi preţul unei sticle cu vin, pentru eşantionul considerat*



B2. Testul Jarque-Bera

Testul Jarque-Bera se calculează după relaţia:

$$JB = \frac{n}{6}\left(\hat{S}^2 + \frac{(\hat{K}-3)^2}{4}\right) \sim \chi^2(2)$$

unde: $S = \frac{\mu_3}{\sqrt{\mu_2^3}}$ reprezintă asimetria (skewness). S = 0 pentru o repartiţie normală, S > 0 pentru o repartiţie asimetrică la dreapta, respectiv S < 0 pentru o repartiţie asimetrică la stânga;

$K = \frac{\mu_4}{\mu_2^2}$ reprezintă boltirea. K = 3 pentru o repartiţie normală, K < 3 pentru o repartiţie aplatizată şi K > 3 pentru o repartiţie afectată de boltire. Valoarea *kurtosis* este calculată în SPSS după relaţia: (K–3).

Estimatorii pentru cei doi parametri sunt:

BCU IASI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

$$\hat{S} = \sqrt{\frac{(\sum_i \frac{\hat{\varepsilon}_i^3}{n-2})^2}{(\sum_i \frac{\hat{\varepsilon}_i^2}{n-2})^3}}, \text{ respectiv } \hat{K} = \frac{\sum_i \frac{\hat{\varepsilon}_i^4}{n-2}}{(\sum_i \frac{\hat{\varepsilon}_i^2}{n-2})^2}.$$

Tabelul 1.1.5. *Estimații ale parametrilor formei distribuției erorilor*

Unstandardized Residual

N	Valid	7
	Missing	0
Mean		,0000000
Std. Deviation		,30860670
Variance		,095
Skewness		,000
Std. Error of Skewness		,794
Kurtosis		-1,200
Std. Error of Kurtosis		1,587

Valoarea calculată a testului

Estimațiile parametrilor formei repartiției erorilor:

$$s = \sqrt{\frac{(\sum_i \frac{e_i^3}{n-2})^2}{(\sum_i \frac{e_i^2}{n-2})^3}}, \qquad k = \frac{\sum_i \frac{e_i^4}{n-2}}{(\sum_i \frac{e_i^2}{n-2})^2}, \text{ unde } e_i = y_i - \hat{y}_i.$$

Rezultă valoarea calculată a testului: $JB_{calc} = \frac{n}{6}\left(s^2 + \frac{(k-3)^2}{4}\right)$.

Estimațiile parametrilor formei repartiției, obținute în SPSS pentru exemplul dat, sunt prezentate în Tabelul 1.1.5.

Valoarea calculată a testului Jarque-Bera:

$$JB_{calc} = \frac{n}{6}\left(s^2 + \frac{(k-3)^2}{4}\right) = \frac{7}{6}\left(-0{,}000^2 + \frac{-1{,}2^2}{4}\right) = 0{,}42.$$

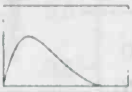
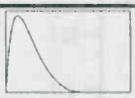
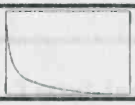
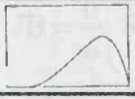
BCU IAȘI/CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Valoarea teoretică

Din tabela *chi-pătrat*, se citeşte valoarea teoretică $\chi^2_{0,05;2} = 5,99$. Deoarece valoarea calculată a testului este mai mică decât valoarea teoretică, se ia decizia de a accepta ipoteza nulă (de normalitate a erorilor), cu o încredere de 0,95.

În cazul când distribuţia nu este normală, aceasta se poate adecva efectuând transformări, în funcţie de tipul abaterii. În Tabelul 1.1.6 prezentăm transformările recomandate în cazul când distribuţia prezintă diferite grade de asimetrie [9].

Tabelul 1.1.6. *Tipuri de asimetrie şi transformări ale variabilei pentru normalizarea distribuţiei*

	Asimetrie moderată şi pozitivă	SQRT(X)
	Asimetrie substanţială şi pozitivă	LOG10(X)
	---------atunci când scara include zero	LOG10(X+C)
	Asimetrie severă şi pozitivă	1/X
	---------atunci când scara include un zero	1/(X+C)
	Asimetrie moderată şi negativă	SQRT(K-X)
	Asimetrie substanţială şi negativă	LOG10(K-X)
	Asimetrie severă şi negativă	LOG10(K-X)
C = constantă adăugată astfel încât scorul cel mai mic este 1 *K = constantă din care este retras scorul astfel încât scorul cel mai mic este 1; în general egală cu scorul cel mai mare +1*		

BCU IAŞI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

1.1.5.4. Testarea ipotezei de homoscedasticitate

Ipoteza de homoscedasticitate presupune că varianțele ε_i sunt constante, oricare ar fi valorile variabilei X, adică $V(\varepsilon_i) = \sigma^2$.

Pentru testarea ipotezei se utilizează mai multe teste. Vom prezenta: *testarea prin procedeul Glejser* și *testul t Student pentru coeficientul de corelație Spearman.*

A. Procedeul Glejser

Testarea are la bază un model de regresie între variabila reziduală estimată și variabila independentă. Forma acestui model indică și forma heteroscedasticității.

Pentru a identifica existența heteroscedasticității, construim un model de regresie simplă între variabila eroare estimată și variabila independentă, de forma $|\hat{\varepsilon}| = \alpha + \beta x + u$.

Dacă parametrul β este semnificativ, atunci modelul inițial este heteroscedastic.

Rezultatele testării, obținute în SPSS, sunt prezentate în Tabelul 1.1.7.

Tabelul 1.1.7. *Testarea prin procedeul Glejser pentru modelul de regresie între variabila eroare și vârsta vinului*

Coefficients[a]

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	,204	,146		1,400	,220
	Vârsta vinului (ani)	,010	,033	,139	,313	,767

a. Variabila dependenta: erorile de regresie in valoare absoluta

Rezultatele pentru testele prezentate în tabelul de mai sus verifică ipoteza nulă H_0: $\beta = 0$.

Testul *t* arată că modelul de regresie dintre *erorile estimate, în valoare absolută, și variabila vârsta vinului (ani)* nu este semnificativ, adică nu există o legătură între aceste variabile.

Ca urmare, se acceptă ipoteza nulă, adică ipoteza de homoscedasticitate pentru modelul considerat în exemplul dat, adică **varianța erorii este constantă pentru orice valoare a variabilei X.**

BCU "VICTOR ADAMACHI" UNIVERSITY LIBRARY

B. Testul t Student pentru coeficientul de corelație neparametrică Spearman

Testul *t* Student pentru coeficientul de corelație neparametrică Spearman se bazează pe calculul *rangurilor valorilor absolute estimate ale erorilor,* ε_i *, şi ale valorilor* X_i .

Ipoteze statistice:

H_0: ipoteza de homoscedasticitate

H_1: ipoteza de heteroscedasticitate

Test t Student:

$$t = \frac{\hat{\theta}\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-\hat{\theta}^2}}$$

unde: $\hat{\theta}$ este estimatorul parametrului Spearman.

Calculul valorii statisticii test

- Se află valorile teoretice ale ecuației de regresie: $\hat{y}_i = a + bx_i$, pe baza coeficienților estimați ai modelului de regresie (a=7,286, b=2,571).

- Se estimează erorile: $e_i = y_i - \hat{y}_i$

- Se calculează rangurile pentru erori şi pentru variabila independentă şi, pe baza lor, diferențele: $d_i = R_{x_i} - R_{e_i}$

- Se calculează coeficientul de corelație Spearman. O estimație a coeficientului Spearman se calculează pe baza relației:

$$\hat{\theta} = 1 - \frac{6 \cdot \sum_i d_i^2}{n(n^2-1)}$$

- Se aplică testul Student.

Exemplu: Considerăm datele din Tabelul 1.1.1. Elemente de calcul pentru coeficientul Spearman sunt prezentate mai jos.

Coeficientul Spearman:

$$\hat{\theta} = 1 - \frac{6 \cdot 47{,}5}{7 \cdot (49-1)} = 0{,}15$$

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Tabelul 1.1.8. *Elemente de calcul pentru coeficientul Spearman*

x_i	y_i	$\|e_i\|$	R_{x_i}	R_{e_i}	d_i	d_i^2
1,00	10,00	,14	1	2,5	-1,50	2,25
2,00	12,00	,43	2	6,5	-4,50	20,25
3,00	15,00	,00	3	1	2,00	4,00
4,00	18,00	,43	4	6,5	-2,50	6,25
5,00	20,00	,14	5	2,5	2,50	6,25
6,00	23,00	,29	6	4,5	1,50	2,25
7,00	25,00	,29	7	4,5	2,50	6,25
28	**123**	-	-	-	-	**47,5**

Valoarea calculată a statisticii test t Student:

$$t_{calc}\frac{\hat{\theta}\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-\hat{\theta}^2}}=\frac{0{,}15\cdot\sqrt{7-2}}{\sqrt{1-0{,}15^2}}=0{,}3392$$

Decizie:

$$(t_{calc}=0{,}3392)<(t_{0{,}025;3}=2{,}571)$$

În condițiile unui risc asumat, se acceptă ipoteza H_0, ipoteza de homoscedasticitate, adică erorile de regresie sunt constante pentru orice valoare a variabilei X.

1.1.5.5. Testarea ipotezei de autocorelare a erorilor

Ipoteza de necorelare a erorilor: $\text{cov}(\varepsilon_i,\varepsilon_j)=0$ presupune lipsa unei corelații între termenii variabilei eroare din modelul de regresie, adică eroarea asociată unei valori a variabilei dependente nu este influențată de eroarea asociată altei valori a variabilei dependente.

Pentru testarea acestei ipoteze se pot utiliza *testele Durbin-Watson și Runs.*

BCU IASI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Testul Durbin-Watson (DW)

În cazul acestui test se formulează ipotezele:

H_0: $\rho = 0$ (nu există autocorelare a erorilor);

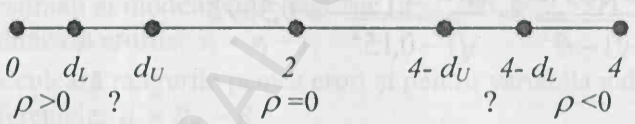
H_1: $\rho \neq 0$ (ipoteza este încălcată, există o legătură între erori).

În cazul existenței fenomenului de autocorelare a erorilor se presupune că între erori există o relație de tipul: $\varepsilon_i = \rho\varepsilon_{i-1} + u_i$, cu $u_i \sim N(0, \sigma_u^2)$.

Statistica test:

$$DW = \frac{\sum_{i=2}^{n}(e_i - e_{i-1})^2}{\sum_{i=1}^{n} e_i^2}$$

Nu se dispune de valoarea *Sig, p-value,* pentru acest test. Valoarea calculată a testului DW se compară numai cu d_L (limita inferioară) și d_U (limita superioară), citite în tabela Durbin-Watson, pentru diferite valori ale pragului de semnificație și ale volumului eșantionului. În funcție de aceste valori critice se determină următoarele intervale, care permit luarea deciziei de respingere sau acceptare a ipotezei nule:



Decizia se ia în funcție de următoarele regiuni:

- regiune de respingere:

  ρ>0 erorile înregistrează o autocorelare pozitivă;

  ρ<0 erorile înregistrează o autocorelare negativă;

- regiune de acceptare a ipotezei nule:

  $(d_u ; 4- d_u)$ erorile nu sunt autocorelate;

- regiune de nedeterminare:

  $(d_L ; d_U)$ și $(4-d_u ; 4-d_L)$, dacă valoarea statisticii Durbin-Watson cade în această regiune, nu se poate decide asupra existenței autocorelării erorilor;

BCU IAȘI CENTRALA UNIVERSITARĂ LIBRARY

Testul Durbin-Watson se recomandă pentru eşantioane de volum mare şi este folosit în mod curent pentru analiza seriilor de timp. În cazul nostru, eşantionul având n = 7, nu recomandăm acest test.

1.1.6. Previziunea valorii variabilei Y pentru o valoare fixă a variabilei X

Ecuaţia dreptei de regresie, estimată pe baza datelor unui eşantion observat, $\hat{y} = a + bx$, poate fi folosită pentru previziunea comportamentului unei unităţi statistice care ia o anumită valoare dată, x_h, pentru variabila X.

Deoarece dreapta de regresie este estimată pe baza datelor observate pe un eşantion, iar fiecare unitate statistică are un comportament diferit, rezultatul obţinut se referă la un comportament mediu, $\hat{y}$.

Ca urmare, este necesar să se calculeze un interval de încredere.

Calculul intervalului de încredere:

$$\left[\hat{y}_h \pm t_{\alpha/2} s_{\hat{y}}\right]$$

unde, $s_{\hat{y}}^2 = s_{\hat{\varepsilon}}^2 \left(\frac{1}{n} + \frac{(x_h - \bar{x})^2}{(n-1)s_X^2} \right)$.

În cazul exemplului considerat, putem afla în ce interval ar trebui să ne aşteptăm să se găsească preţul unei sticle de vin care ar avea, de exemplu, o vârstă $x_h = 3{,}5$ ani de vechime.

Valoarea medie ce s-ar obţine pentru x_h=3,5 este:

$$\hat{y}_h = a + bx_h = 7{,}286 + 2{,}571 \cdot 3{,}5 = 16{,}2845$$

Varianţa reziduurilor:

$$s_{\hat{\varepsilon}}^2 = \frac{\sum e_i^2}{n-2} = \frac{0{,}57}{7-2} = 0{,}114$$

Varianţa variabilei X:

$$\sum (x_i - \bar{x})^2 = 28; \quad s_X^2 = 28/7 = 4.$$

BCU "SPIRU HARET" UNIVERSITY LIBRARY

Varianța estimatorului $\hat{y}$:

$$s_{\hat{y}}^2 = 0{,}114\left(\frac{1}{7} + \frac{(3{,}5-4)^2}{(7-1)\cdot 4}\right) = 0{,}017$$

Intervalul de încredere al valorii variabilei Y pentru o valoare fixă a variabilei X, respectiv $x_h = 3{,}5$, este egal cu:

$$IC = [16{,}2845 \pm 2{,}571 \cdot 0{,}132] = [15{,}94; 16{,}62].$$

În cazul exemplului considerat, ne putem aştepta, cu o încredere de 95%, ca preţul unei sticle de vin care ar avea, de exemplu, o vârstă $x_h = 3{,}5$ ani de vechime să se găsească în intervalul [15,94; 16,62] Euro.

1.1.7. Rezultate în SPSS şi interpretarea lor pentru regresia liniară simplă

Procesul de estimare a parametrilor unui model de regresie în SPSS este cunoscut ca *„fitting the model"*.

În fişierul **Data Editor**, în foaia **Data View**, SPSS completează coloane distincte cu **valorile estimate** pentru **variabila dependentă** (PRE_1), **valorile reziduale** (RES_1) şi **limitele** inferioară şi superioară ale **intervalului de încredere** (LMCI_1, respectiv UMCI_1).

Pentru exemplul considerat, rezultatele estimării sunt prezentate în Tabelul 1.1.9.

Tabelul 1.1.9. *Valori empirice şi valori estimate pentru preţul unei sticle cu vin pe baza vârstei vinului (Eşantionul de 7 sticle prezentat în Tabelul 1.1.1)*

Produsul	Varsta_ani	Pret_euro	PRE_1	RES_1	LMCI_1	UMCI_1
A	1,00	10,00	9,85714	,14286	9,26501	10,44928
B	2,00	12,00	12,42857	-,42857	11,96406	12,89308
C	3,00	15,00	15,00000	,00000	14,63277	15,36723
D	4,00	18,00	17,57143	,42857	17,24297	17,89989
E	5,00	20,00	20,14286	-,14286	19,77563	20,51008
F	6,00	23,00	22,71429	,28571	22,24978	23,17879
G	7,00	25,00	25,28571	-,28571	24,69358	25,87785

Fereastra de rezultate – **Output-ul**, pentru analiza de regresie, conţine: **Model Summary, ANOVA, Coefficients, Normal P-P plot** şi **Scatterplot.**

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Tabelul **Model Summary** prezintă valoarea raportului de corelație (R), valoarea raportului de determinație (R^2), valoarea ajustată a lui R și eroarea standard a estimației. Pentru exemplul considerat, **Model Summary** este prezentat în Tabelul 1.1.10.

Tabelul 1.1.10. ***Model Summary****, cazul regresiei simple*

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	,998	,997	,996	,33806

a Predictors: (Constant), Vârsta vinului (ani)
b Dependent Variable: Prețul unei sticle cu vin (Euro)

Valoarea R arată dacă există sau nu o corelație între variabila dependentă (rezultativa Y) și variabila independentă (factoriala X). Acest indicator ia valori între 0 și 1.

Interpretarea modelului. În interpretarea modelului se folosește coeficientul de determinație, R^2.

Raportul de determinație, R^2, arată proporția variației variabilei dependente explicate prin modelul de regresie și este folosit pentru a evalua calitatea ajustării (alegerea modelului).

R^2 ia valori între 0 și 1. Dacă R^2 este egal cu 0 sau are o valoare foarte mică, atunci modelul de regresie ales nu explică legătura dintre variabile, relația dintre variabila dependentă și variabila independentă nu coincide cu modelul ales, de exemplu, liniar. Dacă R^2 este egal cu 1, atunci toate observațiile cad pe linia de regresie, deci modelul de regresie explică perfect legătura dintre variabile. Ca urmare, R^2 este folosit pentru a stabili care model de regresie este cel mai bun. Această metodă de alegere a modelului de regresie potrivit este recomandată pentru modelele care nu conțin un număr mare de variabile.

Pentru exemplul considerat a rezultat o valoare **R=0.985**, respectiv, R^2= **0.970**, ceea ce ne arată că între prețul unei sticle de vin (Euro) și vârsta vinului (ani) există o legătură liniară, directă, foarte strânsă.

Tabelul Regression ANOVA prezintă rezultatele analizei varianței variabilei dependente sub influența factorului de regresie și a factorului reziduu. Adică, prezintă informații asupra sumei pătratelor abaterilor variabilei dependente, datorate modelului de regresie și factorului reziduu, gradele de

libertate, estimațiile variațelor datorate celor două surse de variație (regresie și reziduu), raportul F și Sig. (vezi Tabelul 1.1.11).

Tabelul 1.1.11. *ANOVA pentru regresie*

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	185,143	1	185,143	1620,000	,000
	Residual	,571	5	,114		
	Total	185,714	6			

a Predictors: (Constant), Vârsta vinului (ani)
b Dependent Variable: Prețul unei sticle de vin (Euro)

Statistica test F se obține ca raport între media pătratelor abaterilor datorate regresiei și media pătratelor abaterilor datorate reziduului, calculate cu gradele de libertate corespunzătoare. Această statistică test este folosită pentru testarea modelului de regresie.

Dacă *testul F* ia o valoare mare, iar valoarea *Sig.* corespunzătoare statisticii *F* este mică (mai mică decât 0,05), atunci variabila independentă explică variația variabilei dependente și invers.

În exemplul considerat, valoarea *Sig.* pentru *F* este mai mică decât 0,05, deci relația liniară dintre cele două variabile considerate este semnificativă (vezi Tabelul 1.1.11).

Coeficienții de regresie

Tabelul **Coefficients** (vezi Tabelul 1.1.12) prezintă coeficienții nestandardizați ai modelului de regresie estimat, erorile standard ale acestora, coeficienții de regresie standardizați cu erorile standard corespunzătoare, precum și valorile statisticii test *t* și valorile *Sig.* corespunzătoare.

BCU IAȘI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Tabelul 1.1.12. *Coeficienții de regresie*

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	7,286	,286		25,500	,000
	Vârsta vinului (ani)	2,571	,064	,998	40,249	,000

a. Dependent Variable: Prețul unei sticle cu vin (Euro)

Coeficienții de regresie standardizați sunt folosiți atunci când într-un model intră mai multe variabile independente exprimate în unități de măsură diferite, în scopul facilitării comparării acestora.

Testarea parametrilor modelului de regresie se face cu ajutorul testului *t*, pentru a afla dacă aceştia diferă semnificativ de zero: $H_0 : \beta = 0$.

Pentru exemplul dat, valoarea (*Sig.=0.002*) este mai mică decât 0.05, arătând că β (panta dreptei de regresie) este semnificativ diferit de zero şi corespunde unei legături semnificative între cele două variabile.

Bibliografie

1. Berdot, J.P. – *Econometrie*, Université de Poitiers, 2001
2. Bourbonnais, R. – *Econometrie*, 5-e édition, Dunod, Paris, 2003
3. Gujarati, D.N. – *Basic Econometrics, 3-rd Edition,* McGraw-Hill, 1995
4. Greene, W.H. – *Econometric Analysis, 5-e ed.,Prentice* Hall, 2005
5. Jaba, Elisabeta – *Statistica,* Editura Economică, Bucureşti, ediția a 3-a, 2003
6. Jaba, Elisabeta, Grama, Ana – *Analiza statistică cu SPSS sub Windows*, Editura Polirom, Iaşi, 2004
7. Jaba, Elisabeta, Jemna, Dănuț – *Econometrie,* Editura Sedcom Libris, Iaşi, 2006
8. Maddala, G.S. – *Econometrics*, McGraw-Hill, 1987
9. Pecican, E.S. – *Econometria pentru economişti*, Editura Economică, Bucureşti, 2003
10. gtclass.mgt.unm.edu/Jurkat/Mgt%20501/Variable%20Transformations.doc

BCU "ION CREANGĂ" UNIVERSITY LIBRARY

1.2. LEGĂTURA DINTRE CHELTUIELILE DE CONSUM ŞI VENITURILE GOSPODĂRIILOR

Funcţia de consum, adică dependenţa dintre venit şi consum, în cea mai simplă formă a sa, poate fi modelată econometric printr-un model simplu liniar.

1.2.1. Prezentarea problemei

Legătura dintre consum şi venit se constituie, din 1936, de la apariţia teoriei lui Keynes, într-o continuă preocupare pentru specialiştii de pretutindeni, confirmată de nenumăratele studii prezente în literatura de specialitate.

Teoria clasică a consumului, publicată de J.M. Keynes în lucrarea „General Theories of Employment, Interest and Money", arată o dependenţă liniară între venitul disponibil şi cheltuielile de consum, de forma:

$$c=a+bX$$

Această ecuaţie arată că nivelul de consum este influenţat de o constantă (a) şi o fracţiune de venit (bX). Keynes precizează în teoria sa că valoarea a trebuie să întotdeauna pozitivă, iar valoarea bX să fie între 0 şi 1. Mărimea b poartă denumirea de *propensitate marginală de consum,* este considerată constantă şi a fost inclusă în model deoarece, spune Keynes, oamenii sunt dispuşi să îşi crească consumul atunci când le creşte venitul, dar cu o rată mai mică decât creşterea în venit, acesta fiind şi motivul pentru care valoarea b este mai mică decât 1[J.M. Keynes, 1936]. Trebuie menţionat faptul că forma de venit utilizată de Keynes în teoria sa este venitul disponibil pe termen scurt şi presupune faptul că persoanele nu vor cheltui tot venitul alocat consumului într-o singură zi, ci pe perioada întregii luni [T. Miller, 1996].

Plecând de la această formă a funcţiei de consum, numeroase abordări post-keynesiene sunt menţionate în literatura de specialitate, dintre care două sunt mai importante [T. Miller, 1996, A. Manitsaris, 2006]:

1. Ipoteza venitului permanent, teorie dezvoltată de Milton Friedman şi publicată în 1957 în lucrarea *A Theory of the Consumption Function.* Conform acestei teorii, persoanele sunt înclinate să ia în calcul venitul pe termen lung şi să îşi ajusteze consumul, cumpărând bunuri similare săptămână de săptămână, lună de lună etc. Friedman face

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

referire la două tipuri de venit: venit permanent şi venit tranzitoriu. Venitul permanent este venitul pe care individul se aşteaptă să îl câştige lună de lună, iar venitul tranzitoriu este fluctuant, în funcţie de ocaziile pe care individul le poate avea, sau nu, în fiecare lună. Pe termen lung, venitul tranzitoriu tinde spre zero, variaţiile pozitive, peste venitul permanent, compensându-se cu variaţiile negative. Astfel, modelul de consum are următoarea formă:

$c=bX,$

unde b este propensitatea marginală de consum care, pe termen lung, tinde spre zero, pe măsură ce indivizii tind să îşi cheltuie tot venitul. Teoria lui Friedman face referire la faptul că indivizii au tendinţa să cheltuie mai mult din venitul permanent şi mai puţin din cel tranzitoriu, acesta din urmă neavând efect asupra cheltuielilor de consum;

2. Ipoteza ciclului de viaţă, dezvoltată de Franco Modigliani şi Alberto Ando în lucrarea „The life-cicle hypothesis of savings: Aggregate implications and tests", publicată în *The American Economic Review*, în 1963. Teoria este similară celei a lui Friedman, dar presupune că venitul este calculat de-a lungul ciclurilor de viaţă a individului şi, ca urmare, venitul tranzitoriu nu mai este unul ocazional, decis de noroc, ci de statutul profesional al individului, care creşte pe perioada vieţii sale, iar venitul permanent va fi considerat constant. Astfel, venitul creşte odată cu promovările şi individul va începe să economisească, propensitatea de consum fiind influenţată de rezervele monetare făcute de-a lungul vieţii.

1.2.2. Definirea modelului econometric

Pentru a construi modelul econometric, vom considera datele din Anuarul Statistic al României, pentru perioada 1995-2005.

În cazul funcţiei de consum, ecuaţia este:

$$Y = \alpha + \beta X + \varepsilon,$$

unde:

- Y este variabila dependentă, adică cheltuielile băneşti de consum ale gospodăriilor;
- X este variabila independentă (predictor), adică veniturile totale ale gospodăriilor;

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

- ε este variabila aleatoare eroare (reziduu);
- α, β sunt coeficienţii de regresie.

Parametrii ecuaţiei de regresie sunt:

α – *ordonata la origine* arată valoarea cheltuielilor de consum când veniturile sunt zero;

β – *panta dreptei*, numită şi coeficient de regresie, arată variaţia absolută a cheltuielilor de consum la o variaţie absolută cu o unitate a veniturilor.

Datele sunt prezentate în Tabelul 1.2.1.

Tabelul 1.2.1. *Cheltuielile băneşti de consum ale gospodăriilor şi veniturile totale ale gospodăriilor, pentru România, în perioada 1995-2005*

-RON/lună/gospodărie-

Ani	Cheltuieli consum	Venituri gospodării
1995	.	40.8363
1996	.	59.3653
1997	62.5440	121.9510
1998	96.2602	182.0810
1999	128.2411	237.7404
2000	175.4878	333.3044
2001	287.8963	521.7900
2002	370.9874	658.5100
2003	449.4161	795.0900
2004	615.8000	1085.7900
2005	720.2700	1212.1800

Sursa: Anuarul Statistic al României 2005, INS, Bucureşti, 2006

Descrierea statistică a variabilelor modelului

Este importantă realizarea unei analize descriptive a fiecărei variabile pentru a studia caracteristicile distribuţiilor variabilelor modelului. Această analiză se realizează înainte de modelarea celor două variabile, pentru a putea depista dacă sunt necesare eventuale transformări asupra variabilelor sau eliminări din analiză a unor valori extreme.

BCU IAŞI - CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Cheltuielile băneşti de consum ale gospodăriilor

În urma prelucrării datelor privind valorile variabilei *cheltuielile băneşti de consum,* înregistrate în România, în perioada 1995-2005, s-au obţinut următoarele rezultate, prezentate în Tabelul 1.2.2 şi Figurile 1.2.1. şi 1.2.2.

Rezultatele analizei descriptive, numerice şi grafice, pentru variabila dependentă ne indică o distribuţie moderat asimetrică spre dreapta, platicurtică. Cu un coeficient de variaţie de 0,72, putem afirma că distribuţia cheltuielilor pe ani este eterogenă. Nu se înregistrează valori aberante în seria de date statistice, după cum se observă din diagrama boxplot (Figura 1.2.2).

Tabelul 1.2.2. *Indicatorii statisticii descriptive privind cheltuielile băneşti de consum în România, în perioada 1995-2005*

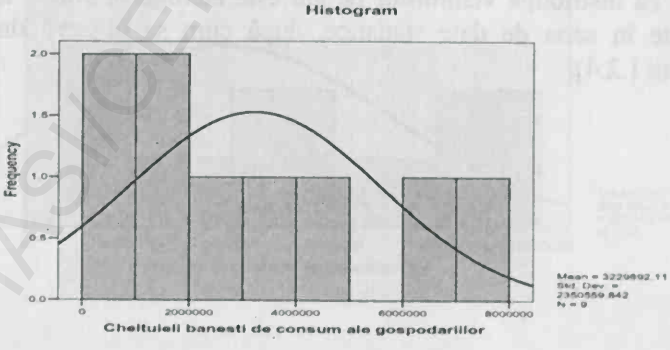
Statistics

Cheltuieli banesti de consum ale gospodariilor

N	Valid	9
	Missing	2
Mean		3229892
Median		2878963
Mode		625440[a]
Std. Deviation		2350560
Variance		6E+012
Skewness		.618
Std. Error of Skewness		.717
Kurtosis		-.914
Std. Error of Kurtosis		1.400

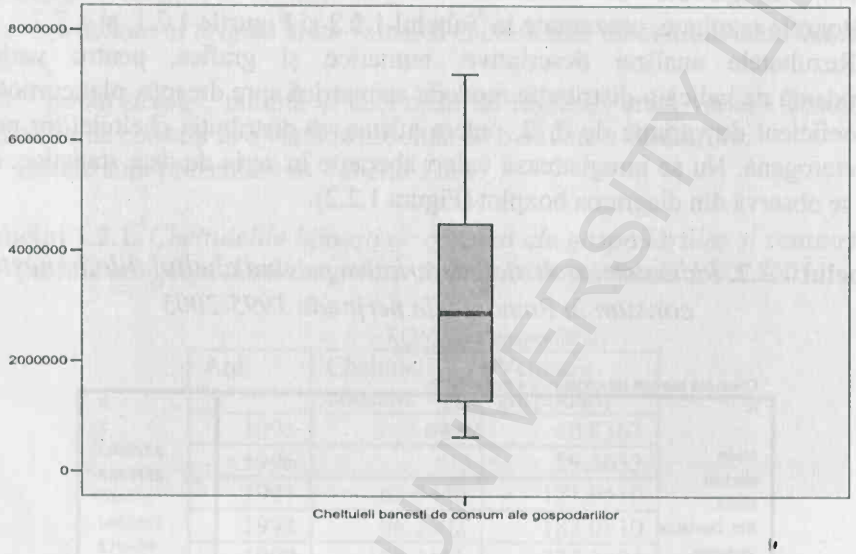
a. Multiple modes exist. The smallest value is shown

Figura 1.2.1. *Distribuţia cheltuielilor de consum ale gospodăriilor, în perioada 1995-2005*



BCU IAŞI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Figura 1.2.2. *Diagrama boxplot pentru cheltuielile de consum ale gospodăriilor*



Veniturile totale ale gospodăriilor

În urma prelucrării datelor privind valorile variabilei *veniturile totale ale gospodăriilor*, înregistrate în România, în perioada 1995-2005, s-au obținut rezultatele prezentate în Tabelul 1.2.3 și Figurile 1.2.3. și 1.2.4.

Rezultatele analizei descriptive, numerice și grafice ne indică o distribuție moderat asimetrică spre dreapta, platicurtică. Cu un coeficient de variație de 0,86, putem afirma că distribuția veniturilor pe ani este eterogenă. Nu se înregistrează valori aberante în seria de date statistice, după cum se observă din diagrama boxplot (Figura 1.2.4).

BCU IASI/CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Tabelul 1.2.3. *Indicatorii statisticii descriptive privind veniturile totale ale gospodăriilor în România, în perioada 1995-2005*

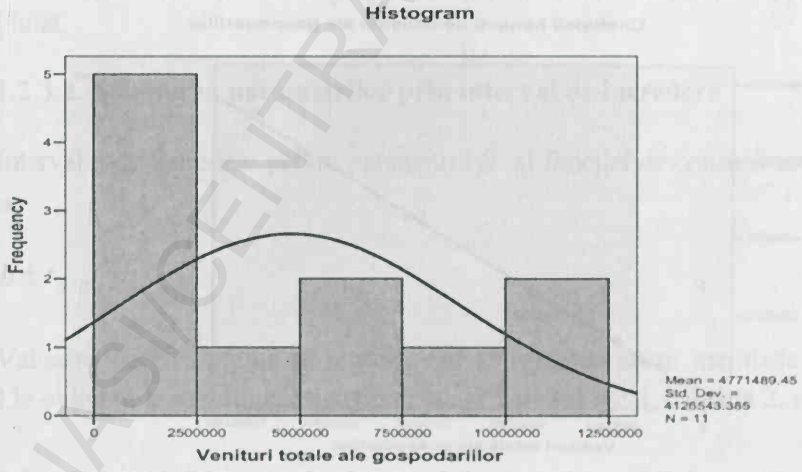
Statistics

Venituri totale ale gospodariilor

N	Valid	11
	Missing	0
Mean		4771489
Median		3333044
Mode		408363[a]
Std. Deviation		4126543
Variance		2E+013
Skewness		.726
Std. Error of Skewness		.661
Kurtosis		-.788
Std. Error of Kurtosis		1.279

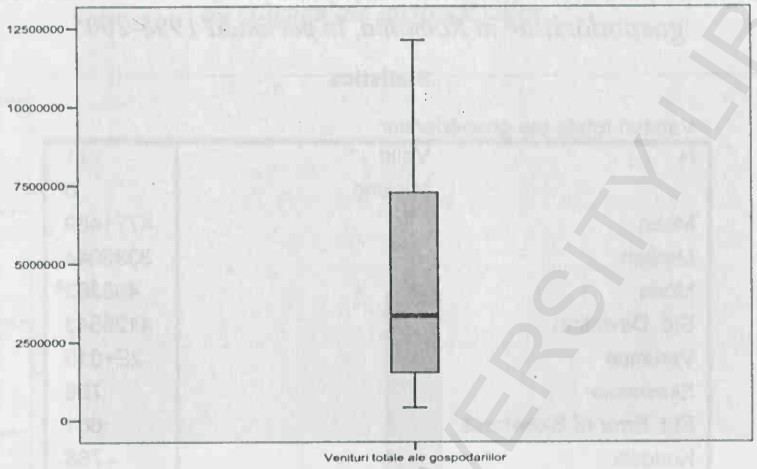
a. Multiple modes exist. The smallest value is shown

Figura 1.2.3. *Distribuţia veniturilor totale ale gospodăriilor în perioada 1995-2005*



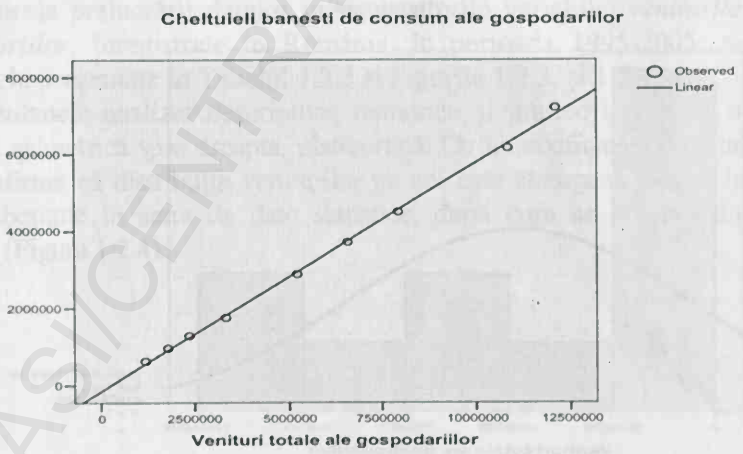
BCU IAŞI CENTRALA UNIVERSITARĂ LIBRARY

Figura 1.2.4. *Diagrama boxplot pentru cheltuielile de consum ale gospodăriilor*



Reprezentarea grafică a legăturii dintre cele două variabile este prezentată în Figura 1.2.5.

Figura 1.2.5. *Legătura dintre cheltuielile băneşti de consum ale gospodăriilor şi veniturile totale ale gospodăriilor*



Din Figura 1.2.5 se observă că între cele două variabile există o legătură liniară, directă, de forma $Y = a + bX$.

BCU IAŞI/CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

1.2.3. Estimarea parametrilor modelului

Parametrii modelului sunt estimaţi cu ajutorul metodei celor mai mici pătrate, utilizând SPSS.

1.2.3.1. Estimarea punctuală a parametrilor

Estimaţiile punctuale ale parametrilor modelului sunt prezentate în Tabelul 1.2.4, coloana a doua.

Tabelul 1.2.4. *Coeficienţii modelului de consum*

Coefficients[a]

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.	95% Confidence Interval for B	
		B	Std. Error	Beta			Lower Bound	Upper Bound
1	(Constant)	-160046	8046.728		-2.757	.028	-297304.34	-22786.947
	Venituri totale ale gospodăriilor	.593	.008	.999	69.757	.000	.573	.613

a. Dependent Variable: Cheltuieli băneşti de consum ale gospodăriilor

Interpretare

Ecuaţia de regresie are forma $Y = -160046 + 0.593X$. La o creştere cu un RON/lună a veniturilor totale ale gospodăriei, cheltuielile cresc, în medie, cu 0,593 RON/lună.

1.2.3.2. Estimarea parametrilor prin interval de încredere

Intervalul de încredere pentru parametrul β al funcţiei de consum este dat de relaţia:

$$b \pm t_{\alpha/2} \cdot s_{\hat{\beta}}$$

Valoarea coeficientului de regresie (b) şi valoarea erorii medii de selecţie ($s_{\hat{\beta}}$) le obţinem în tabelul coeficienţilor (vezi Tabelul 1.2.4, coloana 2, respectiv 3).

Valoarea $t_{\alpha/2}$ se citeşte din tabelul repartiţiei Student, pentru n-2=7 grade de libertate şi α=0.05. Astfel, citim $t_{\alpha/2,7} = 2.365$.

BCU IASI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Înlocuind, intervalul de încredere pentru β este:

$$b \pm t_{\alpha/2} \cdot s_{\hat{\beta}} = 0.593 \pm 2.365 \cdot 0.008 = (0.573;0.613)$$

În SPSS, rezultatele calculului privind intervalele de încredere pentru parametrii modelului sunt prezentate în Tabelul 1.2.4, coloanele 7 şi 8.

Interpretare

Cu o încredere de 0,95, parametrul β al modelului funcţiei de consum este acoperit de intervalul *(0,573 ; 0,613).*

1.2.4. Testarea parametrilor şi a modelului propus

1.2.4.1. Testarea parametrilor modelului

Etapele testării

Formularea ipotezelor. Testarea semnificaţiei coeficientului de regresie β pleacă de la formularea următoarelor ipoteze:

$$H_0 : \beta = 0$$
$$H_1 : \beta \neq 0$$

Dacă respingem ipoteza H_0, cu un prag de semnificaţie α ales, atunci legătura dintre cele două variabile *X* şi *Y* este semnificativă. În practica economică se consideră, de regulă, un $\alpha = 0{,}05$, adică se consideră un risc de *5%* de a respinge ipoteza H_0 atunci când aceasta ar fi adevărată.

Test. Pentru testarea semnificaţiei coeficientului de regresie β se foloseşte *Statistica* definită de raportul *t.*

În ipoteza H_0, la nivelul unui eşantion observat, şi în condiţiile ipotezei H_0, raportul *t* se scrie:

$$t = \frac{b}{s_{\hat{\beta}}} = \frac{0.593}{0.008} = 69.757$$

Pentru un prag de semnificaţie α, se citeşte din tabelul Student o valoare teoretică a testului, $t_{\alpha/2;n-2}$=2.365, care va fi comparată cu valoarea calculată la nivelul eşantionului observat.

BCU IAŞI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Regula de decizie. Pentru un risc $\alpha = 0,05$, dacă $t_{calc} > t_{\alpha/2;n-2}$ se respinge ipoteza H_0, adică coeficientul de regresie β este considerat semnificativ diferit de *0* (se acceptă $H_1 : \beta \neq 0$), deci există o legătură semnificativă între cheltuielile de consum şi venituri. Decizia se poate lua şi pe baza valorii Sig., astfel:

Sig. > α : se acceptă ipoteza H_0,
Sig. < α : se respinge ipoteza H_0, cu o încredere de 95%.

Utilizând SPSS, obţinem rezultatele testării prezentate în Tabelul 1.2.4, coloanele 5 şi 6.

Interpretare

Pentru exemplul dat, valoarea (Sig.=0.000) este mai mică decât α = 0.05, deci, cu o probabilitate de 0,95 se respinge ipoteza nulă, adică β (panta dreptei de regresie) corespunde unei legături semnificative între cheltuielile de consum şi venituri.

1.2.4.2. Testarea modelului de regresie

Testarea modelului de regresie simplă liniară se realizează cu ajutorul testului F, conform următorului demers:

- Ipoteze: $H_0 : \beta = 0$ (legătura dintre cele două variabile, exprimată prin modelul liniar, nu este semnificativă)
  $H_1 : \beta \neq 0$ (legătura dintre cele două variabile, exprimată prin modelul liniar, este semnificativă)
- Statistica Fisher: $F = \frac{\hat{\eta}^2}{1-\hat{\eta}^2} \frac{n-k}{k-1} \sim F(k-1, n-k)$.
- Valoarea teoretică din tabela Fisher, $F_{0,05;1,7} = 5,591$;
- Valoarea calculată la nivelul eşantionului.

Utilizând rezultatul din Tabelul 1.2.5, se poate obţine valoarea calculată a testului Fisher astfel :

BCU ASISTENTA UNIVERSITY LIBRARY

$$F_{calc.} = \frac{R^2}{1-R^2} \cdot \frac{n-2}{1} = \frac{0,999}{1-0,999} \frac{9-2}{1} = 6993$$

- regula de decizie: dacă $F_{calc.} > F_{\alpha,1,n-2}$, se respinge ipoteza H_0 cu o probabilitate egală cu (1-α).

Se observă că valoarea calculată a testului este mai mare decât valoarea teoretică, adică se ia decizia de a respinge ipoteza nulă, cu o probabilitate de 0,95.

În SPSS, dacă sigF < α, se respinge H_0.

Estimația pentru raportul de determinație, calculată în SPSS, se prezintă în tabelul de mai jos, coloana a treia.

Tabelul 1.2.5. *Model Summary*

Model Summary[b]

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate	Durbin-Watson
1	.999[a]	.999	.998	95239.019	1.595

a. Predictors: (Constant), Venituri totale ale gospodăriilor
b. Dependent Variable: Cheltuieli băneşti de consum ale gospodăriilor

Tabelul ANOVA, redat în Tabelul 1.2.6, prezintă estimațiile celor două componente ale variației (coloana a doua), gradele de libertate corespunzătoare (coloana a treia), estimațiile varianțelor explicată și reziduală (coloana a patra), valoarea calculată a raportului Fisher (coloana a cincea) și semnificația testului (coloana a șasea).

BCU IASI / CENTRU UNIVERSITAR LIBRARY

Tabelul 1.2.6. *ANOVA*

ANOVA[b]

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	4E+013	1	4.414E+013	4866.072	.000[a]
	Residual	6E+010	7	9070470720		
	Total	4E+013	8			

a. Predictors: (Constant), Venituri totale ale gospodăriilor
b. Dependent Variable: Cheltuieli băneşti de consum ale gospodăriilor

Interpretare

Valoarea Sig. pentru testul F este mai mică decât 0,05, adică modelul construit explică dependenţa dintre variabile printr-o legătură liniară, care este considerată semnificativă.

1.2.5. Raportul de corelaţie şi raportul de determinaţie

Raportul de corelaţie

Este un indicator al intensităţii legăturii ce poate fi aplicat atât în cazul regresiei liniare, cât şi al celei neliniare simple sau multiple.

Valoarea la pătrat a raportului de corelaţie reprezintă **raportul de determinaţie**.

Estimarea raportului de corelaţie

În SPSS, estimaţiile raportului de corelaţie şi ale raportului de determinaţie sunt prezentate în Tabelul 1.2.5.

Valoarea foarte mare a raportului de corelaţie (R = 0,999) arată faptul că între cele două variabile există o legătură foarte puternică. Raportul de determinaţie este 0,999, ceea ce arată faptul că 99,9% din variaţia cheltuielilor gospodăriilor este explicat de variaţia veniturilor.

1.2.6. Testarea ipotezelor clasice ale unui model de regresie

Pentru modelul de consum, vom testa dacă sunt îndeplinite următoarele ipoteze: normalitatea erorilor, homoscedasticitatea şi autocorelarea erorilor.

BCU IAŞI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

1.2.6.1. Testarea ipotezei de normalitate a erorilor

Înainte de a testa ipoteza de normalitate, este important să se testeze dacă media erorilor este zero sau nu. În caz contrar, modelul trebuie corectat cu valoarea medie estimată a erorilor.

Testarea ipotezei $M(\varepsilon_i) = 0$

În SPSS, pentru testarea acestei ipoteze, utilizăm testul Student: *One Sample Test* din meniul *Analyze/Compare Means*. Rezultatul testării este prezentat în Tabelul 1.2.7.

Tabelul 1.2.7. *Rezultatele testării ipotezei* $M(\varepsilon_i) = 0$

One-Sample Test

	Test Value = 0					
					95% Confidence Interval of the Difference	
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Lower	Upper
Unstandardized Residua	.000	8	1.000	.00000000	-68479.1	68479.06

Interpretare

Atât valoarea calculată a testului (care este mică, egală cu *0,000*), cât şi semnificaţia testului (*sig t = 1*) permit luarea deciziei de a accepta ipoteza nulă a acestui test, adică ipoteza că media erorilor nu diferă semnificativ de valoarea zero (*Test Value = 0*).

Testarea normalităţii erorilor

Pentru testarea ipotezei de normalitate a erorilor se utilizează mai multe teste, dintre care prezentăm testul Jarque-Bera şi testul non-parametric Kolmogorov-Smirnov.

Testul Jarque-Bera

Testul Jarque-Bera are următoarea expresie:

$$JB = \frac{n}{6}\left(\hat{S}^2 + \frac{(\hat{K}-3)^2}{4}\right) \sim \chi^2(2)$$

BCU IASI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

În SPSS, pentru variabila reziduală a modelului de consum, estimaţiile parametrilor formei repartiţiei sunt prezentate în Tabelul 1.2.8.

Tabelul 1.2.8. *Estimaţiile parametrilor formei distribuţiei erorilor*

Statistics

Unstandardized Residual

N	Valid	9
	Missing	2
Skewness		.904
Std. Error of Skewness		.717
Kurtosis		.840
Std. Error of Kurtosis		1.400

Pentru datele din Tabelul 1.2.8, se poate determina valoarea calculată a testului Jarque-Bera:

$$JB_{calc} = \frac{n}{6}\left(s^2 + \frac{(k-3)^2}{4}\right) = \frac{9}{6}\left(0{,}904^2 + \frac{0{,}840^2}{4}\right) = 1{,}48.$$

Din tabela *chi-pătrat* se citeşte valoarea teoretică $\chi^2_{0,05;2} = 5{,}99$.

Decizia

Deoarece valoarea calculată a testului este mai mică decât valoarea teoretică, se ia decizia de a accepta ipoteza nulă (de normalitate a erorilor), cu o probabilitate de 0,95.

Testul Kolmogorov-Smirnov

Utilizând programul SPSS, pentru testul Kolmogorov-Smirnov s-au obţinut rezultatele din Tabelul 1.2.9.

Etapele testării

Formularea ipotezelor

H_0: $\varepsilon_i \sim N(0,\sigma^2)$

H_1: ε_i nu urmează o lege normală de distribuţie

BCU IASI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Regula de decizie

Pentru un risc $\alpha = 0,05$, dacă

Sig. > α : se acceptă ipoteza H_0

Sig. < α : se respinge ipoteza H_0, cu o probabilitate de 0,95.

Tabelul 1.2.9. *Testul Kolmogorov-Smirnov*

One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test

			Unstandardized Residual
N			9
Normal Parameters	a,b	Mean	.0000000
		Std. Deviation	89087.94464
Most Extreme Differences		Absolute	.197
		Positive	.197
		Negative	-.138
Kolmogorov-Smirnov Z			.592
Asymp. Sig. (2-tailed)			.874

a. Test distribution is Normal.

b. Calculated from data.

Din Tabelul 1.2.9 se observă, de asemenea, că valoarea Sig. este mai mare decât riscul α, prin urmare, cu o încredere de 95% putem afirma că ipoteza de normalitate a erorilor se acceptă.

1.2.6.2. Testarea ipotezei de homoscedasticitate

Pentru testarea ipotezei se utilizează mai multe teste, dintre care vom prezenta testul corelației neparametrice între variabilele $\hat{\varepsilon}_i$ și X_i.

Testul corelației neparametrice între $\hat{\varepsilon}_i$ și X_i

Etapele testării sunt următoarele:

- se realizează regresia $Y = \alpha + \beta X + \varepsilon$, fără a ține seama de ipoteza de homoscedasticitate;
- se estimează erorile $\hat{\varepsilon}_i$ la nivelul eșantionului;
- se determină rangurile pentru valorile absolute ale erorilor estimate și pentru valorile variabilei independente, venitul gospodăriilor;
- se determină coeficientul de corelație al rangurilor Spearman între $|\hat{\varepsilon}_i|$ și X_i;
- se testează coeficientul de corelație Spearman cu ajutorul testului Student;

BCU IAȘI - CENTRUL UNIVERSITY LIBRARY

– dacă se acceptă ipoteza că coeficientul de corelaţie Spearman nu este semnificativ, se acceptă şi ipoteza de homoscedasticitate, iar în caz contrar modelul este heteroscedastic.

În SPSS, testarea se realizează cu ajutorul testului Student, iar rezultatele sunt prezentate în Tabelul 1.2.10.

Tabelul 1.2.10. *Rezultatele testării coeficientului de corelaţie Spearman între* $|\hat{\varepsilon}_i|$ *şi* X_i

Correlations

			abs	Venituri totale ale gospodariilor
Spearman's rho	abs	Correlation Coefficient	1.000	.400
		Sig. (2-tailed)	.	.286
		N	9	9
	Venituri totale ale gospodariilor	Correlation Coefficient	.400	1.000
		Sig. (2-tailed)	.286	.
		N	9	11

Interpretare

Testul Student realizat asupra coeficientului de corelaţie indică lipsa unei legături semnificative între erori şi variabila independentă, deoarece semnificaţia testului este mai mare decât 0,05 (*Sig t = 0,286*). În concluzie, modelul de consum este homoscedastic.

1.2.6.3. Testarea ipotezei de autocorelare a erorilor

În testarea acestei ipoteze vom utiliza testele Durbin-Watson şi Runs.

Testul Durbin-Watson

Etapele testului:

1. Formularea ipotezelor

H_0: $\rho = 0$ (nu există autocorelare a erorilor)

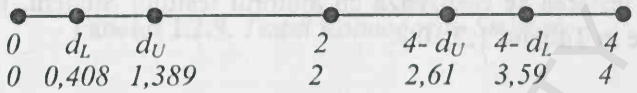
H_1: $\rho \neq 0$ (ipoteza este încălcată)

$\varepsilon_i = \rho\varepsilon_{i-1} + u_i$

2. Decizia se ia pe baza valorilor critice ale statisticii *DW*, calculate şi tabelate în funcţie de pragul de semnificaţie şi de volumul eşantionului. În tabele se determină două valori critice, notate cu d_L (limita inferioară) şi d_U (limita

BCU CLUJ-NAPOCA UNIVERSITY LIBRARY

superioară) pentru diverse valori ale pragului de semnificație și ale volumului eșantionului. În funcție de aceste valori critice se determină următoarele intervale, care permit luarea deciziei de respingere sau acceptare a ipotezei nule:



Decizia se ia în funcție de următoarele regiuni:

(0; d_L) este o regiune de respingere, erorile înregistrează o autocorelare pozitivă;

(d_L ; d_U) și *(4-d_u ; 4-d_L)* sunt regiune de nedeterminare, dacă valoarea statisticii *DW* cade în această regiune, nu se poate decide asupra existenței autocorelării erorilor;

(d_u ; 4- d_u) este o regiune de acceptare a ipotezei nule, erorile nu sunt autocorelate;

(4-d_L ; 4) este o regiune de respingere, erorile înregistrează o autocorelare negativă.

Rezultatele testului Durbin-Watson, obținute în SPSS, sunt prezentate în Tabelul 1.2.5, coloana 6.

Interpretare

Din tabela Durbin-Watson se citesc cele două valori critice pentru un nivel de încredere de 0,05:

$d_L = 0,408;$

$d_U = 1,389.$

Conform regulii de decizie, valoarea calculată a testului (*1,595*) se află în regiunea de acceptare a ipotezei nule *(d_u ; 4- d_u)*, deci erorile modelului nu sunt autocorelate.

Testul Runs

În SPSS, rezultatele testării autocorelării erorilor cu ajutorului Runs test sunt prezentate în Tabelul 1.2.11.

BCU IAȘI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Tabelul 1.2.11. *Rezultatul testului Runs*

Runs Test

	Unstandardized Residual
Test Value[a]	-32385.46000
Cases < Test Value	4
Cases >= Test Value	5
Total Cases	9
Number of Runs	5
Z	.000
Asymp. Sig. (2-tailed)	1.000

a. Median

Interpretare

Semnificaţia testului are valoarea 1,000, care este mai mare decât pragul de semnificaţie de 0,05. În consecinţă, se ia decizia de a accepta ipoteza nulă, adică erorile nu înregistrează fenomenul de autocorelare.

Bibliografie

1. Friedman, M. – *A theory of the consumption function*, Princeton University Press, 1957
2. Jaba, Elisabeta, Grama, Ana – *Analiza statistică cu SPSS sub Windows*, Editura Polirom, Iaşi, 2004
3. Jaba, Elisabeta, Jemna, Dănuţ – *Econometrie*, Editura Sedcom Libris, Iasi, 2006
4. Keynes, J.M. – *The general theory of employment, interest and money*, 1936
5. Manitsaris, A. – *Estimating the European Union consumption function under the permanent income hypothesis*, 2006, disponibil la http://www.eurojournals.com/ finance.htm
6. Miller, T. – *Explaining Keynes' theory of consumption, and assesing its strenghts and weeknesses*, 1996, disponibil la www.economic-truth.co.uk
7. Modigliani, F., Ando, A. - *The life-cicle hypothesis of savings: Aggregate implications and tests*, „The American Economic Review", 1963
8. www.theshortrun.com/classroom/doctrines/consumption.html

BCU "Ion Creangă" CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

1.3. Legătura dintre rata rentabilității acțiunii Azomureş Târgu Mureş şi rata rentabilității portofoliului indicelui BET

Investitorii financiari sunt permanent interesați de determinarea rentabilității unei valori mobiliare. Studii empirice au scos în evidență faptul că există o relație liniară între rentabilitatea unei valori mobiliare şi rentabilitatea pieței.

1.3.1. Prezentarea problemei

Modelul de piață este cel mai cunoscut model care descrie rentabilitatea şi riscul unei valori mobiliare. Modelul a fost intuit de Markowitz [Markowitz, H., 1959] şi a fost dezvoltat de Sharpe [Sharpe, W., 1964].

Modelul de piață este o formulare de tip empiric. Precizează că rentabilitatea unei valori mobiliare se datorează pe de o parte rentabilității pieței şi pe de altă parte caracteristicilor specifice respectivei valori mobiliare. El nu a fost demonstrat teoretic, dar validarea sa se datorează aplicării metodei statistice, regresia liniară simplă.

1.3.2. Definirea modelului econometric

Modelul de piață stabileşte o relație liniară între rentabilitatea individuală a unei valori mobiliare (sau a unui portofoliu de valori mobiliare), pe de o parte, şi rentabilitatea pieței, pe de altă parte.

Cu titlu de exemplu vom lua cazul unei acțiuni. Modelul de piață pentru o acțiune se scrie conform relației:

$$R_{at} = \alpha_a + \beta_a R_{Pt} + \varepsilon_{at}$$

unde: R_{at} - rentabilitatea acțiunii în timpul perioadei t;

α_a - ordonata la origine; $\alpha_a = R_{at}$ atunci când $R_P = 0$;

β_a - coeficient de regresie (sau coeficient beta, denumire întâlnită în literatura financiară);

$R_{P,t}$ - rentabilitatea pieței;

ε_{at} - variabila reziduală sau eroare.

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Rentabilitatea unei acțiuni se determină pe baza prețurilor anterioare ale acesteia. De exemplu, dacă un investitor achiziționează o acțiune *a* la momentul t-1 al cărei preț (curs) era $P_{a,t-1}$, iar, la momentul t, acțiunea are prețul $P_{a,t}$, atunci, rentabilitatea acestei acțiuni pentru perioada cuprinsă între t-1 și t se determină astfel:

$$P_{a,t} - P_{a,t-1}$$

Rentabilitatea acțiunii exprimă o variație a valorii sale în timpul perioadei de deținere a acesteia de către un investitor. În realitate, ceea ce se determină este rata rentabilității, deoarece prezintă avantajul exprimării relative ce permite efectuarea de comparații.

În cazul în care pe perioada de deținere a acțiunii nu se primesc dividende, rentabilitatea se calculează conform relației:

$$R_{a,t} = \frac{P_{a,t} - P_{a,t-1}}{P_{a,t-1}}$$

Pentru estimarea modelului de piață nu se utilizează ratele de rentabilitate clasice calculate după formulele de mai sus. *„Rata de rentabilitate clasică are proprietăți care o fac incompatibilă cu ipoteza de normalitate tradițională în statistică. O variabilă care este normală ar trebui să poată lua toate valorile reale posibile între $-\infty$ și $+\infty$. Această situație este imposibilă pentru rentabilitatea clasică a cărei valoare minimă este constrânsă a fi -1 din cauza inexistenței în economie a prețurilor negative sau nule. La limită, dacă prețul unei acțiuni este nul la momentul t, investitorul are o rată de rentabilitate de +1 sau de +100% și pierde în totalitate capitalul investit* [Berdot, J.-P., 2003]

Tabelul 1.3.1. *Domeniul de definiție al rentabilității*

VARIABILE	DOMENIUL DE DEFINIȚIE
Prețul la momentul t: P_t	$0 \ldots\ldots +\infty$
Rata de rentabilitate: R_t	$-1 \ldots\ldots +\infty$
$1+R_t$	$0 \ldots\ldots +\infty$
$ln(1+R_t)$	$-\infty \ldots\ldots +\infty$

Sursa: [Berdot, J.-P., 2003]

BCU IAȘI BIBLIOTECA UNIVERSITARĂ LIBRARY

În cazul în care pe perioada de deținere a acțiunii nu se primesc dividende, rata de rentabilitate transformată prin logaritmare se calculează conform relației:

$$r_t = ln(1+R_t) = ln\left(1+\frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}\right) = ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) = ln(P_t) - ln(P_{t-1})$$

unde: P_{t-1} - prețul acțiunii la momentul t-1;

P_t - prețul acțiunii la momentul t.

În ceea ce urmează vom numi *rentabilitate* rata de rentabilitate transformată prin logaritmare.

Pentru *rentabilitatea pieței* se utilizează rentabilitatea portofoliului indicelui general al bursei. La Bursa de Valori București se calculează indicele BET pe baza unui portofoliu constituit din cele mai tranzacționate zece acțiuni. Valorile indicelui BET exprimă tendința de ansamblu a pieței bursiere.

1.3.3. Analiza descriptivă a variabilelor modelului

Pentru estimarea modelului de piață am considerat acțiunea Azomureș Târgu Mureș (AZO) și indicele BET.

Valorile lunare ale prețului acțiunii AZO (pe care le-am notat cu PAZO) și ale valorii indicelui BET (pe care le-am notat cu PBET) sunt prezentate în Tabelul 1.3.2. Pe baza acestora am calculat ratele de rentabilitate transformate prin logaritmare pentru estimarea modelului de piață, pe care le-am notat LRAZO și respectiv LRBET.

Tabelul 1.3.2. *Indicatori ai statisticii descriptive*

Statistics

		LRAZO	LRBET
N	Valid	83	83
	Missing	1	1
Mean		,747017971	3,118000386
Median		,000000000	2,663935457
Std. Deviation		14,1376065979	8,2766677283
Skewness		,280	,232
Std. Error of Skewness		,264	,264
Kurtosis		1,294	1,668
Std. Error of Kurtosis		,523	,523
Minimum		-36,4222150	-19,4564410
Maximum		47,0003629	29,7691147

Sursa: Rezultate obținute cu ajutorul programului SPSS

BCU IAȘI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Rentabilitatea medie lunară a acțiunii AZO este de 0,75%. Rentabilitatea medie poate fi rentabilitatea pe care investitorii speră să o obțină și în viitor prin deținerea acestei acțiuni, cu condiția ca rentabilitatea să fie o serie staționară. Rentabilitatea medie lunară a portofoliului indicelui BET, deci a Bursei de Valori București, este de 3,12%, deci mult mai mare decât cea a acțiunii AZO.

Mediana rentabilității acțiunii AZO este egală cu zero, ceea ce ne arată că distribuția rentabilității acțiunii prezintă 50% din valori pozitive (rentabilitățile pozitive exprimă câștiguri) și 50% din valori negative (rentabilitățile negative exprimă pierderi).

Tabelul 1.3.3. *Prețul acțiunii AZO și indicele BET în perioada ianuarie 2000 – decembrie 2006*

Anul/luna	PAZO (lei)	PBET	Anul/luna	PAZO (lei)	PBET	Anul/luna	PAZO (lei)	PBET
2000:01	0,078	605,17	2002:05	0,197	1260,56	2004:09	0,321	3221,78
2000:02	0,075	616,32	2002:06	0,24	1241,19	2004:10	0,419	3894,6
2000:03	0,066	535,22	2002:07	0,225	1253,96	2004:11	0,384	3957,53
2000:04	0,068	505,54	2002:08	0,285	1393,32	2004:12	0,387	4364,71
2000:05	0,065	527,08	2002:09	0,295	1638,57	2005:01	0,53	5645,13
2000:06	0,062	539,35	2002:10	0,275	1655,26	2005:02	0,388	6225,85
2000:07	0,055	573,79	2002:11	0,255	1560,6	2005:03	0,28	5181,13
2000:08	0,06	472,34	2002:12	0,25	1659,06	2005:04	0,261	4794,4
2000:09	0,069	505,94	2003:01	0,265	1774,56	2005:05	0,264	4712,89
2000:10	0,069	528,94	2003:02	0,25	1744,39	2005:06	0,22	4852,9
2000:11	0,075	506,22	2003:03	0,205	1677,25	2005:07	0,2	5492,6
2000:12	0,08	544,72	2003:04	0,22	1758,38	2005:08	0,2	5550,74
2001:01	0,088	603,73	2003:05	0,22	1748,29	2005:09	0,32	6243,08
2001:02	0,095	598,09	2003:06	0,235	1812,43	2005:10	0,285	6222,3
2001:03	0,075	554,19	2003:07	0,24	1821,66	2005:11	0,25	6776,56
2001:04	0,08	562,48	2003:08	0,285	1870,84	2005:12	0,24	6586,13
2001:05	0,085	582,95	2003:09	0,198	1875,95	2006:01	0,245	8096,85
2001:06	0,104	648,57	2003:10	0,21	1909,87	2006:02	0,22	8192,51
2001:07	0,1	668,71	2003:11	0,215	2043,76	2006:03	0,241	7499,25
2001:08	0,132	776,07	2003:12	0,28	2171,88	2006:04	0,237	7550,88
2001:09	0,121	713,75	2004:01	0,355	2391,64	2006:05	0,197	7058,94
2001:10	0,128	712,28	2004:02	0,34	2581,42	2006:06	0,18	7056,23
2001:11	0,145	757,64	2004:03	0,37	2972,2	2006:07	0,197	7701,87
2001:12	0,144	754,85	2004:04	0,315	2706,8	2006:08	0,18	7684,61
2002:01	0,145	766,72	2004:05	0,296	2871,47	2006:09	0,173	7952,84

2002:02	0,148	797,78	2004:06	0,317	3076,06	2006:10	0,163	8464,54
2002:03	0,163	879,78	2004:07	0,327	3298,98	2006:11	0,155	8047,98
2002:04	0,156	1184,84	2004:08	0,32	3157,96	2006:12	0,145	8050,18

Sursa: Baza de date financiare Datastream

Mediana rentabilității portofoliului indicelui BET este egală cu 2,66%, deci este pozitivă. Distribuția acestei rentabilități prezintă mai mult de 50% valori pozitive, deci prin deținerea acestui portofoliu sunt şanse mai mari să obținem câştiguri decât prin deținerea acțiunii AZO.

Abaterea standard este un indicator care măsoară riscul unei acțiuni sau al unui portofoliu de acțiuni. Rentabilitatea acțiunii AZO este mai mică decât cea a portofoliului indicelui BET dar prezintă un risc mai mare (abaterea standard a acțiunii AZO este 14,14% şi abaterea standard a portofoliului indicelui BET este 8,28%).

Conform indicatorilor de asimetrie şi de boltire distribuțiile rentabilităților prezintă o uşoară asimetrie la dreapta şi sunt leptocurtice. Asimetria nu este sesizată prin reprezentarea grafică a distribuțiilor rentabilităților analizate cu ajutorul boxplot. Dar, din această reprezentare grafică, putem observa că distribuțiile prezintă valori extreme. Deşi, în general, în statistică valorile extreme se exclud, în econometria financiară, valorile extreme nu sunt excluse şi se încearcă explicarea şi previziunea apariției lor.

Figura 1.3.1. *Distribuția rentabilității acțiunii AZO şi a portofoliului inicelui BET (Boxplot)*

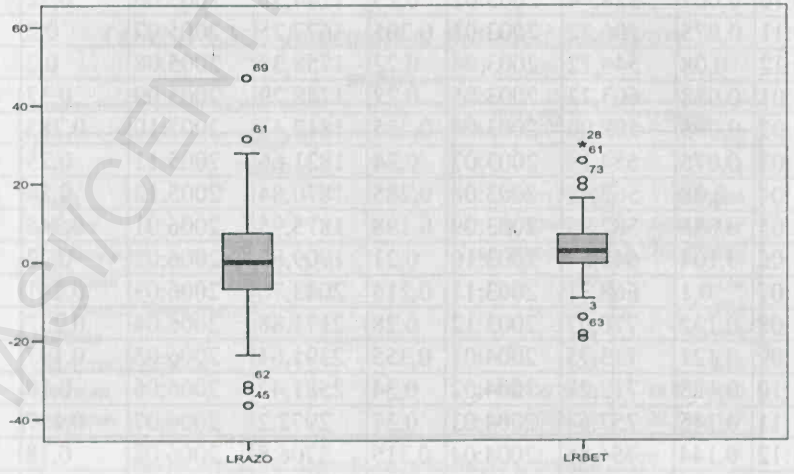
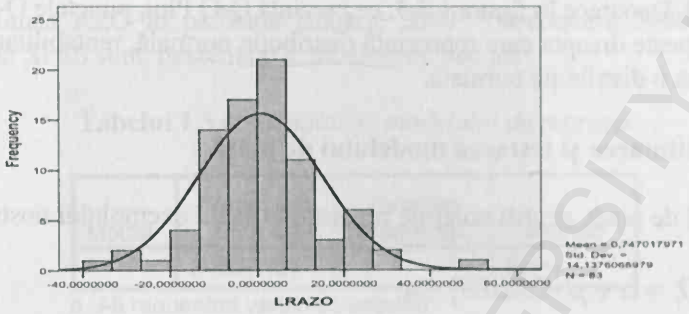
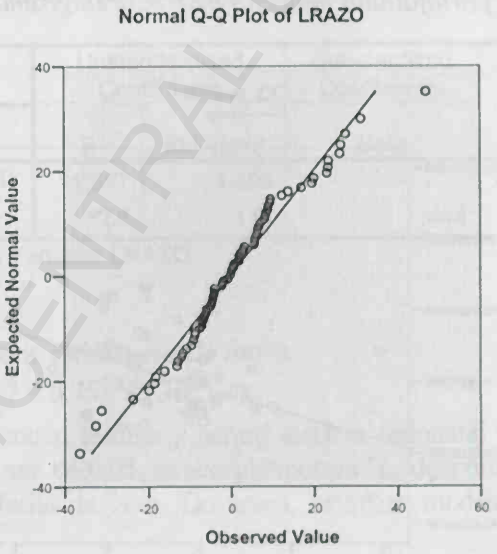


Figura 1.3.2. *Distribuția rentabilității acțiunii AZO (histograma)*



Prezentarea histogramei alături de curba distribuției normale de aceeași medie și dispersie ne arată că rentabilitatea acțiunii AZO urmează o distribuție normală.

Figura 1.3.3. *Distribuția rentabilității acțiunii AZO (Q-Q Plot)*



BCU IASI/CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Concluzia anterioară este mai bine pusă în evidență de Q-Q Plot, care *„compară valorile ordonate ale variabilei observate cu valorile quatilice ale distribuției teoretice (în cazul nostru, distribuția normală)"* [E. Jaba; A. Grama, 2004, p. 169]. Deoarece în figura 1.3.3, ce prezintă Q-Q Plot, punctele Q-Q aproape se suprapun peste dreapta care reprezintă distribuția normală, rentabilitatea acțiunii AZO urmează o distribuție normală.

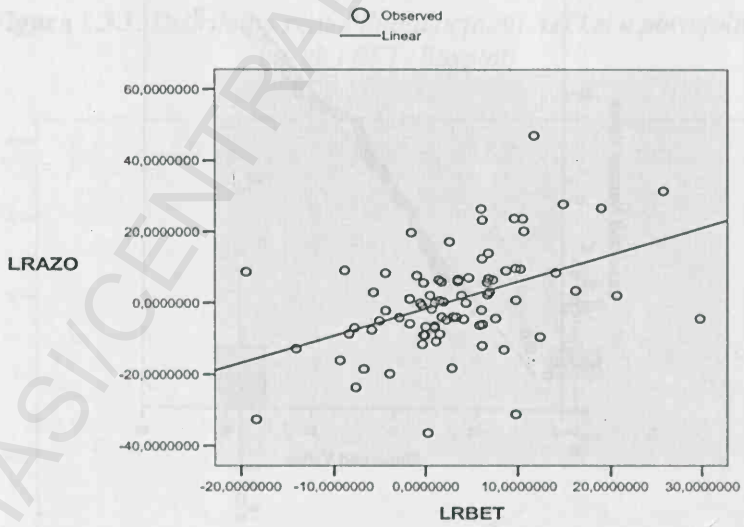
1.3.4 Estimarea și testarea modelului de piață

Modelul de piață, pentru notațiile realizate în cazul exemplului nostru, se scrie astfel:

$$LRAZO_t = \alpha + \beta \cdot LRBET_t + \varepsilon_t$$

În figura de mai jos observăm că norul de puncte determinat de punctele de coordonate „rentabilitatea acțiunii AZO" și „rentabilitatea portofoliului indicelui BET" este foarte dispersat. Am putea aproxima regresia dintre cele două rentabilități printr-o dreaptă, dar anticipăm că legătura nu este puternică.

Figura 1.3.4. *Corelația dintre rentabilitatea acțiunii AZO și rentabilitatea portofoliului indicelui BET (Corelograma)*



BCU IASI/CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

1.3.4.1. Estimarea punctuală a parametrilor modelului

Rezultatele estimării modelului de piață, prin metoda celor mai mici pătrate, pentru acțiunea AZO în perioada ianuarie 2000 – decembrie 2006 cu ajutorul programului SPSS sunt prezentate în tabelele de mai jos.

Tabelul 1.3.4. *Variabilele modelului de regresie*

Model	Variables Entered	Variables Removed	Method
1	LRBET(a)	.	Enter

a All requested variables entered.
b Dependent Variable: LRAZO

Tabelul 1.3.4 ne prezintă variabilele modelului: LRBET (rentabilitatea portofoliului indicelui BET) este variabila independentă şi LRAZO (rentabilitatea acțiunii Azomures Târgu Mureș) este variabila dependentă.

Tabelul 1.3.5. *Estimarea modelului de regresie cu ordonată la origine*

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	-1,617	1,496		-1,080	,283
	LRBET	,758	,170	,444	4,457	,000

a Dependent Variable: LRAZO

Modelul de regresie estimat este de forma:

$LRAZO_t = -1{,}617 + 0{,}758 * LRBET_t + e_t$

Deoarece Sig. asociat testului z pentru testarea ordonatei la origine este mai mare decât riscul asumat de 0,05, se acceptă ipoteza H_0, deci ordonată la origine nu este semnificativ diferită de zero. De aceea, estimăm modelul de regresie fără ordonată la origine.

BCU "BABEŞ-BOLYAI" UNIVERSITY LIBRARY

Tabelul 1.3.6. *Estimarea modelului de regresie fără ordonată la origine*

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	LRBET	,693	,159	,433	4,353	,000

a Dependent Variable: LRAZO
b Linear Regression through the Origin

Modelul de regresie estimat este de forma:

$LRAZO_t = 0{,}693*LRBET_t + e_t$

Interpretare: Coeficientul de regresie este egal cu 0,693. La o creştere cu o unitate a rentabilităţii portofoliului indicelui BET, rentabilitatea acţiunii AZO creşte în medie cu 0,693. Deoarece coeficientul de regresie (numit coeficient beta în modelul de piaţă) este mai mic decât 1, acţiunea ALR este defensivă pentru că variaţiile rentabilităţii sale sunt mai mici decât cele ale pieţei. În cazul în care coeficientul ar fi fost mai mare decât 1 acţiunea ar fi fost ofensivă, iar în cazul în care coeficientul era egal cu 1 acţiunea ar fi fost neutră comparativ cu evoluţia pieţei.

1.3.4.2. Estimarea prin interval de încredere a parametrilor modelului

Programul statistic SPSS ne oferă posibilitatea estimării prin interval de încredere a parametrilor modelului de regresie:

Tabelul 1.3.7. *Estimarea punctuală şi prin interval de încredere a parametrilor modelului de regresie*

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.	95% Confidence Interval for B	
		B	Std. Error	Beta			Lower Bound	Upper Bound
1	LRBET	,693	,159	,433	4,353	,000	,376	1,010

a Dependent Variable: LRAZO
b Linear Regression through the Origin

Intervalul de încredere pentru coeficientul de regresie este:

$$\left(b - z_\alpha \cdot s_{\hat{\beta}}; b + z_\alpha \cdot s_{\hat{\beta}}\right) = (0,376; 1,010)$$

Interpretare: cu o probabilitate de 0,95 estimăm că, în acest caz, coeficientul de regresie aparține intervalului $(0,376; 1,010)$.

1.3.5. Testarea parametrilor și a modelului

1.3.5.1. Testarea parametrilor modelului

Testarea coeficientului de regresie prespune parcurgerea următoarelor etape:

1. Formularea ipotezelor:

H_0: $\beta = 0$

H_1: $\beta \neq 0$

Tabelul 1.3.8. *Testarea parametrilor modelului de piață*

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	LRBET	,693	,159	,433	4,353	,000

a Dependent Variable: LRAZO

b Linear Regression through the Origin

2. Alegerea și calcularea statisticii test:

$$z = \frac{b}{s_{\hat{\beta}}} = \frac{0,693}{0,159} = 4,353$$

3. Decizia statistică

Deoarece (sig=0) < (riscul asumat de 0,05), cu o probabilitate de 95% se respinge ipoteza H_0 și se acceptă ipoteza H_1. Coeficientul de regresie este semnificativ diferit de zero. Deci, există legătură între rentabilitatea acțiunii AZO și rentabilitatea portofoliului indicelui BET.

BCU CLUJ-NAPOCA UNIVERSITY LIBRARY

1.3.5.2. Testarea modelului de regresie

Testarea modelului de regresie presupune testarea raportului de corelație. În cazul în care raportul de corelație este semnificativ diferit de zero există legătură între rentabilitatea acțiunii AZO și rentabilitatea portofoliului indicelui BET.

Raportul de corelație și raportul de determinație măsoară intensitatea legăturii dintre cele două variabile analizate. Valorile estimate ale raportului de corelație și raportului de determinație sunt prezentate în tabelul de mai jos.

Tabelul 1.3.9. *Estimarea indicatorilor de corelație*

Model Summary

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	,433[b]	,188	,178	12,7599379

b. Predictors: LRBET

Raportul de corelație estimat este $\eta_{y_x} = 0,433$. Raportul de determinație, $\eta^2_{y_x} = 0,188$, estimează că variația rentabilității acțiunii AZO este determinată în proporție de numai 18,8% de variația rentabilității pieței, diferența până la 100% datorându-se altor factori neincluși în model.

Tabelul 1.3.10 *ANOVA pentru regresie*

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	3084,901	1	3084,901	18,947	,000(a)
	Residual	13350,913	82	162,816		
	Total	16435,814(b)	83			

a Predictors: LRBET

b This total sum of squares is not corrected for the constant because the constant is zero for regression through the origin.

c Dependent Variable: LRAZO

d Linear Regression through the Origin

În tabelul de mai sus, rezultat prin aplicarea programului statistic SPSS, sunt prezentate rezultatele testării modelului de regresie. Etapele testării sunt:

1. Formularea ipotezelor:

H_0: $\eta = 0$

H_1: $\eta \neq 0$

2. Alegerea și calcularea statisticii test:

$$F_{calc} = \frac{\eta^2_{y_x}}{1-\eta^2_{y_x}} \frac{n-k}{k-1} \sim F(k-1, n-k)$$

în care: n – numărul valorilor înregistrate

k – numărul de parametrii

η_{y_x} – raportul de corelație estimat

F_{calc}=18,947

3. Decizia statistică

Deoarece Sig.=0 pentru testul F, relația liniară dintre rentabilitatea acțiunii AZO și rentabilitatea portofoliului indicelui BET este semnificativă.

1.3.6. Testarea ipotezelor modelului de regresie

Ipotezele cu privire la erorile modelului de regresie estimat sunt: normalitatea erorilor, homoscedasticitatea erorilor și lipsa autocorelației erorilor.

1.3.6.1. Testarea ipotezei de normalitate a erorilor

Ipoteza de normalitate a erorilor presupune că erorile urmează o distribuție normală: ε_i : $N(0,\sigma^2)$. Pentru testarea normalității erorilor putem utiliza metode grafice (Q-Q Plot, Histograma etc.) și metode numerice (testul Jarque-Bera, Kolmogorov-Smirnov etc.).

Cu programul SPSS am testat dacă media erorilor este egală cu zero. Etapele testării sunt:

1. Formularea ipotezelor:

H_0: $M(\varepsilon_i) = 0$

H_1: $M(\varepsilon_i) \neq 0$

2. Alegerea și calcularea statisticii test:

$$z_{calc} = \frac{M(\varepsilon_i)}{\sigma / \sqrt{n}} = 1,016$$

BCU IASI - UTPA UNIVERSITY LIBRARY

Tabelul 1.3.11. *Rezultatele testării ipotezei* $M(\varepsilon_i)=0$

One-Sample Test

	Test Value = 0					
					95% Confidence Interval of the Difference	
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Lower	Upper
Unstandardized Residua	-1,016	82	,313	-1,41364877	-4,1824972	1,3551997

3. Decizia statistică:

Am testat ipoteza $M(\varepsilon_i)=0$. Deoarece (Sig. = 0,313) > (riscul asumat de 0,05) se acceptă ipoteza H_0. Media erorilor nu este semnificativ diferită de zero.

Testul Kolmogorov-Smirnov este utilizat pentru a testa dacă distribuția erorilor urmează o lege de distribuție normală.

Tabelul 1.3.12. *Testarea normalității erorilor*

One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test

		Unstandardized Residual
N		83
Normal Parameters[a,b]	Mean	-1,4136488
	Std. Deviation	12,68042750
Most Extreme Differences	Absolute	,079
	Positive	,079
	Negative	-,073
Kolmogorov-Smirnov Z		,718
Asymp. Sig. (2-tailed)		,680

a. Test distribution is Normal.

b. Calculated from data.

Etapele testării:

1. Formularea ipotezelor:

H_0: erorile urmează o distribuție normală

H_1: erorile nu urmează o distribuție normală

BCU "ION CREANGĂ" CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

2. Alegerea și calcularea statisticii test:

K-S =0,718

3. Regula de decizie

Pentru un risc $\alpha = 0,05$, dacă

Sig. > α : se acceptă ipoteza H_0

Sig. < α : se respinge ipoteza H_0, cu o probabilitate de 0,95

4. Decizia statistică:

Deoarece (Sig.=0,68) > (riscul asumat de 0,05) se acceptă ipoteza H_0. Erorile urmează o distribuție normală.

Pentru testarea normalității unei distribuții putem să utilizăm, de asemenea, testul Jarque-Bera. Aplicarea acestui test se poate realiza cu ajutorul programului Eviews.

Etapele testării:

1. Formularea ipotezelor:

H_0: erorile urmează o distribuție normală

H_1: erorile nu urmează o distribuție normală

2. Alegerea și calcularea statisticii test:

$$JB_{calc} = \frac{n}{6}\left(s^2 + \frac{(k-3)^2}{4} \right)$$

unde: n – numărul valorilor înregistrate

s – indicator al asimetriei (Skewness)

k – indicator al boltirii (Kurtosis)

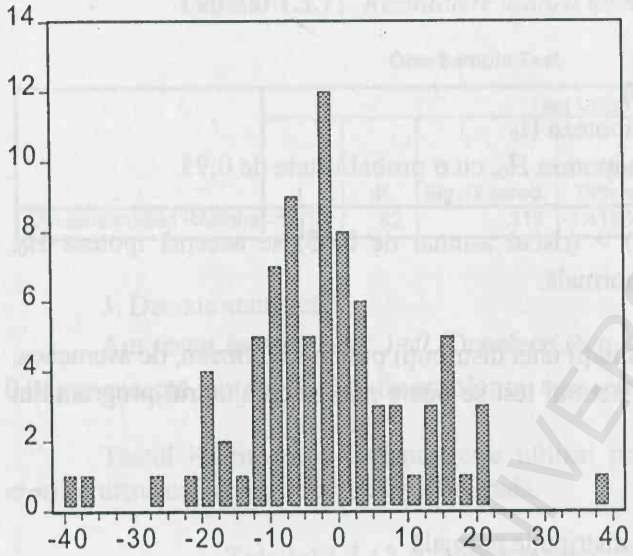
3. Regula de decizie

Pentru Probability > α: se acceptă ipoteza H_0

Probability < α: se respinge ipoteza H_0, cu o probabilitate de 0,95

BCU IASI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Figura 1.3.5. *Testarea ipotezei de normalitate a erorilor*



Series: Residuals	
Sample 2000:02 2006:12	
Observations 83	
Mean	-1.413649
Median	-1.651267
Maximum	38.85508
Minimum	-37.97246
Std. Dev.	12.68043
Skewness	0.026773
Kurtosis	4.163709
Jarque-Bera	4.693253
Probability	0.095691

4. Decizia statistică:

Deoarece (Probability =0,09569) > (riscul asumat de 0,05) se acceptă ipoteza H_0. Erorile urmează o distribuție normală.

1.3.6.2. Testarea ipotezei de homoscedasticitate

Ipoteza de homoscedasticitate presupune că varianța erorii este constantă la nivelul distribuțiilor condiționate $Y \mid X = x_i$, adică $V(\varepsilon_i) = \sigma^2$.

Pentru testarea ipotezei de homoscedasticitate vom utiliza testul corelației neparametrice între variabilele $|\hat{\varepsilon}_i|$ și X_i și testul Glesjer.

Cu ajutorul programului SPSS obținem coeficientul de corelație neparametrică Spearman și rezultatele testării acestuia.

BCU IASI/CENTRALA UNIVERSITARA LIBRARY

Tabelul 1.3.13. *Testarea corelației dintre variabila eroare și variabila independentă*

Correlations

			LRBET	abs
Spearman's rho	LRBET	Correlation Coefficient	1,000	,151
		Sig. (2-tailed)	.	,172
		N	83	83
	abs	Correlation Coefficient	,151	1,000
		Sig. (2-tailed)	,172	.
		N	83	83

Interpretare: Deoarece probabilitatea asociată testului z, pentru testarea coeficientului de corelație Spearman, este mai mare decât riscul asumat de 5% putem afirma că nu există corelație între variabilele $|\hat{\varepsilon}_i|$ și LRBET. Lipsa corelației dintre aceste două variabile ne confirmă respectarea ipotezei de homoscedasticitate a erorilor.

Testul Glejser presupune estimarea unui model de regresie între variabila reziduală estimată și variabila independentă conform relației $|\varepsilon_i| = \alpha_0 + \alpha_1 x_i + u_i$

În cazul în care această relație există, deci parametrul α_1 este semnificativ, atunci modelul inițial este heteroscedastic

Tabelul 1.3.14. *Testul Glejser*

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	8,964	,991		9,041	,000
	LRBET	,159	,113	,155	1,415	,161

a Dependent Variable: abs

Interpretare: Deoarece (sig. = 0,161) > (riscul asumat de 0,05), α_1 nu este semnificativ diferit de zero. Nu există o relație între variabila reziduală estimată și variabila independentă, deci erorile respectă ipoteza de homoscedasticitate.

1.3.6.3. Testarea ipotezei de autocorelare a erorilor

Această ipoteză presupune că valorile variabilei reziduale nu sunt corelate. Pentru testarea acestei ipoteze vom utiliza testul Durbin-Watson, testul Runs şi testul Ljung-Box.

Testul Durbin-Watson

Etapele testării:

1. Formularea ipotezelor

H_0: $\rho = 0$ (nu există autocorelare a erorilor)

H_1: $\rho \neq 0$ (erorile sunt autocorelate)

$\varepsilon_i = \rho\varepsilon_{i-1} + u_i$

2. Decizia se ia pe baza valorilor critice ale statisticii *DW*, calculate şi tabelate în funcţie de pragul de semnificaţie şi de volumul eşantionului.

0	d_L	d_U	2	4- d_U	4- d_L	4
0	1,62	1,67	2	2,38	2,33	4

Din tabelul Durbin-Watson se citesc cele două valori critice pentru un nivel de încredere de 0,95 şi un volum al eşantionului egal cu 83:

$d_L = 1,62$;

$d_U = 1,67$.

Tabelul 1.3.15. *Rezultatul testului Durbin-Watson*

Model Summary [c,d]

Model	R	R Square [a]	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate	Durbin-Watson
1	,433[b]	,188	,178	12,7599379	2,135

a. For regression through the origin (the no-intercept model), R Square measures the proportion of the variability in the dependent variable about the origin explained by regression. This CANNOT be compared to R Square for models which include an intercept.

b. Predictors: LRBET

c. Dependent Variable: LRAZO

d. Linear Regression through the Origin

Interpretare: Deoarece valoarea calculată a testului (*2,135*) se află în regiunea de acceptare a ipotezei nule (d_u ; 4- d_u), erorile modelului nu sunt autocorelate.

BCU IASI - CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Testul Runs

Etapele testării:

1. Formularea ipotezelor

H_0: $\rho = 0$ (nu există autocorelare a erorilor)

H_1: $\rho \neq 0$ (erorile sunt autocorelate)

2. Alegerea şi calcularea statisticii test:

Z = 0,112

Tabelul 1.3.16. *Testarea autocorelării erorilor erorilor (Runs test)*

Runs Test

	Unstandardized Residual
Test Value[a]	-1,65127
Cases < Test Value	41
Cases >= Test Value	42
Total Cases	83
Number of Runs	43
Z	,112
Asymp. Sig. (2-tailed)	,911

a. Median

3. Regula de decizie

Pentru un risc $\alpha = 0{,}05$, dacă

Sig.> α: se acceptă ipoteza H_0

Sig.< α: se respinge ipoteza H_0, cu o probabilitate de 0,95

4. Decizia statistică:

Deoarece (sig.=0,911) > (riscul asumat de 0,05) se acceptă ipoteza H_0. Erorile nu sunt corelate între ele.

Testul Ljung-Box

1. Ipotezele testate sunt:

H_0: $\rho_1 = \rho_2 = \ldots = \rho_k = 0$

H_1: $\rho_1 \neq \rho_2 \neq \ldots \neq \rho_k \neq 0$

Funcția de autocorelație totală este definită prin coeficientul de autocorelație de ordin k.

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Pentru o variabilă staționară coeficientul de autocorelație de ordin k estimat este: $\rho_k = \frac{\sum_{n=k+1}^{n=N} (y_n - \overline{y})(y_{n-k} - \overline{y})}{\sum_{n=1}^{n=N} (y_n - \overline{y})^2}$

2. Testul statistic. Pentru testarea ipotezei nule se utilizează statistica Q a lui Ljung-Box care are următoarea expresie: $Q_k = N(N+2)\sum_{i=1}^{k} \frac{\hat{\rho}_i^2}{N-i}$.

Ipoteza nulă presupune absența autocorelației până la ordinul k iar ipoteza alternativă presupune existența autocorelației. Presupunând adevărată ipoteza nulă, variabila Q urmează o lege χ_k^2 (cu k grade de libertate).

Tabelul 1.3.17. *Testarea ipotezei de autocorelare a erorilor cu ajuorul testului Ljung-Box*

Autocorrelations

Series: Unstandardized Residual

Lag	Autocor relation	Std.Error [a]	Box-Ljung Statistic		
			Value	df	Sig. [b]
1	-,083	,108	,589	1	,443
2	-,128	,107	2,022	2	,364
3	,020	,106	2,058	3	,561
4	,004	,106	2,059	4	,725
5	,000	,105	2,059	5	,841
6	,051	,104	2,293	6	,891
7	,009	,104	2,301	7	,941
8	,050	,103	2,532	8	,960
9	,014	,102	2,551	9	,979
10	,069	,102	3,014	10	,981
11	,123	,101	4,487	11	,953
12	,132	,100	6,223	12	,904
13	-,173	,100	9,257	13	,753
14	,091	,099	10,096	14	,755
15	-,062	,098	10,498	15	,787
16	-,117	,097	11,944	16	,748

a. The underlying process assumed is independence (white noise).

b. Based on the asymptotic chi-square approximation.

Interpretare: În tabelul de mai sus se observă că toate valorile Sig. asociate testului Ljung-Box sunt mai mari decât riscul asumat, ceea ce presupune că erorile nu sunt autocorelate până la ordinul 16.

BCU IAȘI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Tabelul 1.3.18. *Prețul logaritmat al acțiunii AZO și al indicelui BET în perioada ianuarie 2000 – decembrie 2006*

An/luna	LPAZO (lei)	LPBET	An/luna	LPAZO (lei)	LPBET	An/luna	LPAZO (lei)	LPBET
2000:01	-2.551	6.4055	2002:05	-1.624	7.1393	2004:09	-1.136	8.0776
2000:02	-2.590	6.4237	2002:06	-1.427	7.1238	2004:10	-0.8698	8.2673
2000:03	-2.718	6.2826	2002:07	-1.491	7.1340	2004:11	-0.9571	8.2833
2000:04	-2.688	6.2256	2002:08	-1.255	7.2394	2004:12	-0.9493	8.3813
2000:05	-2.733	6.2673	2002:09	-1.2207	7.4015	2005:01	-0.6348	8.6385
2000:06	-2.780	6.2903	2002:10	-1.2909	7.4117	2005:02	-0.9467	8.7364
2000:07	-2.900	6.3522	2002:11	-1.3664	7.3528	2005:03	-1.2729	8.5527
2000:08	-2.813	6.1576	2002:12	-1.3862	7.4140	2005:04	-1.3432	8.4752
2000:09	-2.673	6.22641	2003:01	-1.3280	7.4813	2005:05	-1.3318	8.4580
2000:10	-2.6736	6.27087	2003:02	-1.3862	7.4641	2005:06	-1.5141	8.4873
2000:11	-2.590	6.22697	2003:03	-1.5847	7.4249	2005:07	-1.6094	8.6111
2000:12	-2.525	6.30027	2003:04	-1.5141	7.4721	2005:08	-1.6094	8.6216
2001:01	-2.430	6.40312	2003:05	-1.5141	7.4663	2005:09	-1.139	8.7392
2001:02	-2.353	6.39374	2003:06	-1.4481	7.5024	2005:10	-1.2552	8.7358
2001:03	-2.590	6.31750	2003:07	-1.4271	7.5075	2005:11	-1.3862	8.8212
2001:04	-2.525	6.33235	2003:08	-1.2552	7.5341	2005:12	-1.4271	8.7927
2001:05	-2.4651	6.36810	2003:09	-1.6194	7.5368	2006:01	-1.4064	8.9992
2001:06	-2.263	6.47476	2003:10	-1.5606	7.5547	2006:02	-1.5141	9.0109
2001:07	-2.3025	6.50535	2003:11	-1.5371	7.6225	2006:03	-1.4229	8.9225
2001:08	-2.024	6.65424	2003:12	-1.2729	7.6833	2006:04	-1.4396	8.9294
2001:09	-2.1119	6.5705	2004:01	-1.0356	7.7797	2006:05	-1.6245	8.8620
2001:10	-2.055	6.5684	2004:02	-1.0788	7.8560	2006:06	-1.7147	8.8616
2001:11	-1.9310	6.6302	2004:03	-0.9942	7.99705	2006:07	-1.6245	8.9492
2001:12	-1.9379	6.6265	2004:04	-1.1551	7.9035	2006:08	-1.7147	8.9469
2002:01	-1.931	6.6421	2004:05	-1.2173	7.9625	2006:09	-1.754	8.9812
2002:02	-1.910	6.6818	2004:06	-1.1488	8.0314	2006:10	-1.814	9.0436
2002:03	-1.814	6.7796	2004:07	-1.1177	8.1013	2006:11	-1.864	8.9931
2002:04	-1.857	7.0773	2004:08	-1.1394	8.0576	2006:12	-1.931	8.9934

Tabelul 1.3.19. *Rentabilitatea transformată prin logaritmare a acțiunii AZO și a portofoliului indicelui BET în perioada ianuarie 2000 – decembrie 2006*

An/luna	LPAZO (lei)	LPBET	An/luna	LPAZO (lei)	LPBET	An/luna	LPAZO (lei)	LPBET
2000:01	-	-	2002:05	23,3348	6,1948	2004:09	0,312	2,001
2000:02	-3,9221	1,8257	2002:06	19,7435	-1,5485	2004:10	26,643	18,966
2000:03	-12,7833	-14,1088	2002:07	-6,4539	1,0236	2004:11	-8,723	1,603
2000:04	2,9853	-5,7051	2002:08	23,6389	10,5383	2004:12	0,778	9,793
2000:05	-4,5120	4,1725	2002:09	3,4486	16,2135	2005:01	31,445	25,724
2000:06	-4,7253	2,3012	2002:10	-7,0204	1,0134	2005:02	-31,187	9,792
2000:07	-11,9801	6,1899	2002:11	-7,5508	-5,8888	2005:03	-32,622	-18,369
2000:08	8,7011	-19,4564	2002:12	-1,9803	6,1181	2005:04	-7,027	-7,757
2000:09	13,9762	6,8719	2003:01	5,8269	6,7301	2005:05	1,143	-1,715
2000:10	0,0000	4,4457	2003:02	-5,8269	-1,7148	2005:06	-18,232	2,928
2000:11	8,3382	-4,3904	2003:03	-19,8451	-3,9249	2005:07	-9,531	12,383
2000:12	6,4539	7,3301	2003:04	7,0618	4,7237	2005:08	0,000	1,053
2001:01	9,5310	10,2855	2003:05	0,0000	-0,5755	2005:09	47,000	11,754
2001:02	7,6540	-0,9386	2003:06	6,5958	3,6030	2005:10	-11,583	-0,333
2001:03	-23,6389	-7,6234	2003:07	2,1053	0,5080	2005:11	-13,103	8,533
2001:04	6,4539	1,4848	2003:08	17,1850	2,6639	2005:12	-4,082	2,850
2001:05	6,0625	3,5746	2003:09	-36,4222	0,2728	2006:01	2,062	20,651
2001:06	20,1740	10,6669	2003:10	5,8841	1,7920	2006:02	-10,763	1,175
2001:07	-3,9221	3,0581	2003:11	2,3530	6,7756	2006:03	9,117	-8,842
2001:08	27,7632	14,8892	2003:12	26,4152	6,0802	2006:04	-1,674	0,686
2001:09	-8,7011	-8,3710	2004:01	23,7328	9,6386	2006:05	-18,486	-6,737
2001:10	5,6240	-0,2062	2004:02	-4,3172	7,6360	2006:06	-9,025	-0,038
2001:11	12,4703	6,1737	2004:03	8,4557	14,0963	2006:07	9,025	8,755
2001:12	-0,6920	-0,3689	2004:04	-16,0930	-9,3535	2006:08	-9,025	-0,224
2002:01	0,6920	1,5603	2004:05	-6,2213	5,9057	2006:09	-3,967	3,431
2002:02	2,0479	3,9711	2004:06	6,8542	6,8825	2006:10	-5,954	6,236
2002:03	9,6538	9,7839	2004:07	3,1058	6,9964	2006:11	-5,033	-5,046
2002:04	-4,3894	29,7691	2004:08	-2,1639	-4,3687	2006:12	-6,669	0,027

Bibliografie

1. Berdot, Jean-Pierre – *Econométrie*, Université de Poitiers, 2001
2. Berdot, Jean-Pierre – *Rentabilité et volatilités des indices boursiers. Une analyse comparative du BET, du Dow-Jones industrials set du CAC 40*, Conférences, Iași, octombrie 2003.

3. Jaba, Elisabeta – *Statistica,* Editura Economică, București, ediția a 3-a, 2002
4. Jaba, Elisabeta, Grama, Ana – *Analiza statistică cu SPSS sub Windows*, Polirom, Iași, 2004
5. Jaba, Elisabeta, Jemna, Dănuț – *Econometrie*, Editura Sedcom Libris, Iași, 2006
6. Markowitz, H. – *Portfolio Selection, Efficient Diversification of Investments,* New York, Wiley and Sons, 1959
7. Sharpe, W. – *Capital asset prices: a theory of market equillibrium under condition of risk*, Journal of Finance, septembrie, 1964

BCU IASI/CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

1.4. Legătura dintre câştigul salarial real şi rata şomajului

1.4.1. Prezentarea problemei

Principalele obiective ale politicii macroeconomice ale unei țări sunt reprezentate de creşterea economică, ocuparea forței de muncă, stabilitatea preţurilor şi îmbunătățirea balanței de plăți externe. Analiza corelațiilor dintre variabilele macroeconomice permite adoptarea măsurilor de politică economică pentru atingerea obiectivelor stabilite. Două dintre variabilele macroeconomice importante în teoria economică sunt reprezentate de **nivelul câştigului salarial şi rata şomajului.**

1.4.2. Definirea modelului de regresie

Plecând de la concluziile formulate de Philips[1], numeroşi autori au procedat la modelarea econometrică a relației dintre cele două fenomene economice. Modelul care exprimă relația dintre acestea este un *model hiperbolic* de forma:

$$Y = \alpha + \beta \cdot \frac{1}{X} + \varepsilon ,$$

unde: Y este variabila dependentă reprezentată de câştigul salarial real;
X este variabila independentă reprezentată de rata şomajului;
α şi β sunt parametrii modelului de regresie;
ε este variabila eroare.

1.4.2.1. Variabile şi date folosite în model

Variabilele folosite în model sunt:

- indicele câştigului salarial real (%) înregistrat în România, în perioada 1991-2005. Anul 1990 este considerat bază de raportare (an_1990=100).

---

[1] Alban William Phillips, *The relation between unemployment and the rate of change of money wage rates in the United Kingdom, 1861-1957*, Economica, Vol. XXV, 1958.

BCU IAŞI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

- rata şomajului (%) în România, în perioada 1991-2005.

Valorile indicelui câştigului salarial real şi ale ratei şomajului înregistrate în România, în perioada 1991-2005 sunt prezentate în Tabelul 1.

Tabelul 1.4.1. *Indicii câştigului salarial real şi rata şomajului în România, în perioada 1991-2005 (%)*

Anul	Indicii câştigului salarial real	Rata şomajului
1991	81.5	3
1992	70.8	8.2
1993	58.9	10.4
1994	59.1	10.9
1995	66.5	9.5
1996	72.7	6.6
1997	56.2	8.9
1998	58.4	10.4
1999	57	11.8
2000	59.4	10.5
2001	62.4	8.8
2002	63.9	8.4
2003	70.8	7.4
2004	78.3	6.3
2005	89.5	5.9

Sursa: Anuarul Statistic al României 2006, INS, Bucureşti, p.223, p.132; www.insee.ro

1.4.2.2. Descrierea statistică a variabilelor modelului

În urma prelucrării datelor privind valoarea indicilor câştigului salarial real (%) şi a ratei şomajului (%) înregistrat în România, în perioada 1991-2005, s-au obţinut următoarele rezultate:

BCU IAŞI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Tabelul 1.4.2. *Indicatorii statisticii descriptive privind indicii câştigului salarial real şi rata şomajului în România, în perioada 1991-2005*

Statistics

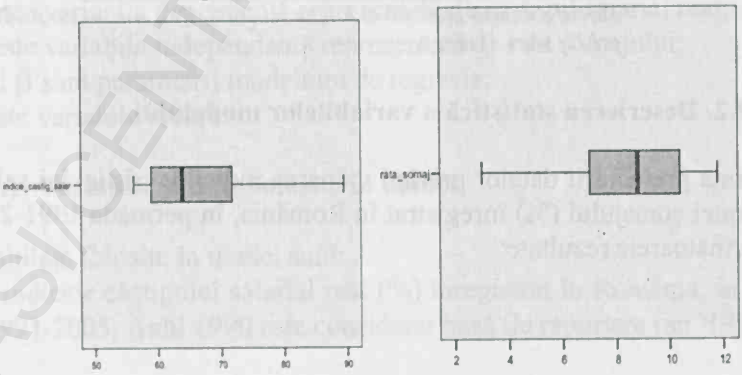
		indice_ castig_salar	rata_somaj
N	Valid	15	15
	Missing	0	0
Mean		67,0267	8,4667
Median		63,9000	8,8000
Mode		70,80	10,40
Std. Deviation		10,04614	2,32799
Variance		100,925	5,420
Skewness		,941	-,801
Std. Error of Skewness		,580	,580
Kurtosis		,095	,633
Std. Error of Kurtosis		1,121	1,121

Nivelul mediu anual al valorii indicilor câştigului salarial real înregistrat în România în perioada 1990-2005 este de 67,0267%, cu o abatere standard de 10,04614%. Nivelul mediu anual al ratei şomajului înregistrat în România, în perioada 1991-2005, este de 8,4667%, cu o abatere standard de 2,32799%.

Distribuţia valorilor indicilor câştigului salarial real pe ani prezintă o asimetrie la dreapta (Skewness=0,941>0), caracteristică evidenţiată şi de diagrama boxplot reprezentată în figura de mai jos (Figura 1.4.1).

Distribuţia ratei şomajului pe ani prezintă o asimetrie la stânga (Skewness = -0,801<0) (Figura 1.4.1).

Figura 1.4.1. *Diagrame boxplot*



BCU IASI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

1.4.3. Estimarea parametrilor modelului de regresie

Parametrii modelului de regresie hiperbolic (α şi β) sunt estimaţi cu ajutorul metodei celor mai mici pătrate. Rezultatele prelucrării datelor în SPSS sunt prezentate în Tabelul 1.4.3.

Tabelul 1.4.3. *Valorile estimate ale parametrilor modelului de regresie hiperbolic*

Coefficients

	Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients		
	B	Std. Error	Beta	t	Sig.
1 / rata_somaj	117.437	31.755	.716	3.698	.003
(Constant)	51.490	4.602		11.188	.000

Ecuaţia estimată a modelului de regresie hiperbolic pe baza datelor unui eşantion este de forma: $y_{x_i} = a + b \cdot \frac{1}{x_i}$, unde a şi b sunt estimaţii punctuale ale parametrilor α şi β ai modelului de regresie.

Datele din tabelul de mai sus arată că modelul legăturii dintre indicii câştigului salarial real şi rata şomajului în România este de forma:

$$Y = 51{,}490 + 117{,}437 \cdot \frac{1}{X}$$

Valorile estimate ale parametrilor modelului hiperbolic arată că:

- nivelul indicelui câştigului salarial real este de 51,49%, atunci când rata şomajului tinde spre ∞;
- nivelul indicelui câştigului salarial real creşte, în medie, cu 117,437% la o creştere cu 1% a inversei ratei şomajului.

1.4.4. Testarea semnificaţiei parametrilor modelului de regresie

Pentru testarea semnificaţiei parametrilor modelului de regresie hiperbolic, α şi β, se parcurge următorul demers:

BCU IAŞI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

a) *Se formulează ipotezele statistice*:

H_o: $\alpha = 0$

H_1: $\alpha \neq 0$, respectiv

H_o: $\beta = 0$ (în ipoteza H_o, între indicele câştigului salarial real şi rata şomajului nu există legătură statistică)

H_1: $\beta \neq 0$ (în ipoteza H_1, între indicele câştigului salarial real şi rata şomajului există legătură statistică)

b) *Se calculează statistica test*. Pentru testarea semnificaţiei parametrilor modelului de regresie hiperbolic, se foloseşte *statistica t Student*.

Pentru exemplul considerat, statistica test se calculează pe baza datelor din tabelul 1.4.3, astfel:

- pentru parametrul α : $t_{calc} = \frac{a}{s_{\hat{a}}} = \frac{51,49}{4,602} = 11,188$;

- pentru parametrul β: $t_{calc} = \frac{b}{s_{\hat{\beta}}} = \frac{117,437}{31,755} = 3,698$.

c) *Se alege pragul de semnificaţie al testului* şi se citeşte din tabelul Student o valoare teoretică a testului, $t_{\alpha/2;n-2}$. Pentru exemplul dat, considerând un risc α =0,05, se citeşte valoarea teoretică a statisticii t Student, $t_{0,025;13}=2,16$.

d) *Se ia decizia corectă*:

- pentru parametrul α : $|t_{calc}| = 11,188 > t_{0,025;13} = 2,16$ arată că se respinge ipoteza H_0 şi se acceptă ipoteza H_1. Se poate deci garanta cu o probabilitate de 0,95 că valoarea parametrului α este semnificativ diferită de zero. De asemenea, decizia corectă poate fi adoptată şi prin compararea valorii probabilităţii asociate statisticii test calculate (Sig.) cu nivelul pragului de semnificaţie ales (α =0,05). Pentru exemplul considerat, (Sig.=0.000)<0,05, ceea ce arată că se respinge ipoteza H_0.

- pentru parametrul β: $|t_{calc}| = 3,698 > t_{0,025;13} = 2,16$ sau (Sig.=0,003)<0,05 arată că se respinge ipoteza H_0 şi se acceptă ipoteza H_1. Se poate garanta cu o probabilitate de 0,95 că valoarea parametrului β este semnificativ diferită de zero.

BCU "MIHAI EMINESCU" CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

În urma estimării şi testării semnificaţiei parametrilor modelului de regresie, se poate considera că între valoarea indicilor câştigului salarial real şi rata şomajului în România există o legătură inversă. Modelul legăturii dintre cele două variabile este de forma: $Y = 51{,}490 + 117{,}437 \cdot \frac{1}{X}$.

1.4.5 Analiza de corelaţie

Analiza de corelaţie se foloseşte pentru măsurarea intensităţii legăturilor dintre fenomenele studiate. Pentru aceasta, se calculează raportul de corelaţie şi raportul de determinaţie.

1.4.5.1 Estimarea raportului de corelaţie

Pentru exemplul dat, valorile estimate ale raportului de corelaţie şi ale raportului de determinaţie sunt prezentate în tabelul de mai jos:

Tabelul 1.4.4. *Valorile estimate ale raportului de corelaţie şi ale raportului de determinaţie*

Model Summary

R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
.716	.513	.475	7.278

The independent variable is rata_somaj.

Valoarea estimată a raportului de corelaţie este $\eta_{y_x} = 0{,}716$, ceea ce arată că între valoarea indicelui câştigului salarial real şi nivelul ratei şomajului în România există o legătură puternică.

Raportul de determinaţie (*R Square*) este pătratul raportului de corelaţie, $d_{y_x} = \eta^2_{y_x} = 0{,}716^2 = 0{,}513$. Valoarea estimată a raportului de determinaţie arată că 51,3% din variaţia indicelui câştigului salarial real în România poate fi explicată prin nivelul ratei şomajului. Între aceste două fenomene economice există o legătură statistică puternică.

BCU IAŞI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

1.4.5.2. Testarea raportului de corelație

Pentru testarea semnificației raportului de corelație se parcurge următorul demers:

a) *Se formulează ipotezele statistice*:

H_o: $\eta = 0$ (în ipoteza H_0, valoarea raportului de corelație este nulă, ceea ce arată că între indicele câștigului salarial real și rata șomajului nu există legătură statistică)

H_1: $\eta \neq 0$ (în ipoteza H_1, valoarea raportului de corelație este semnificativ diferită de zero, ceea ce arată că între indicele câștigului salarial real și rata șomajului există legătură statistică. *Intensitatea acestei legături* este evidențiată de *valoarea raportului de corelație*).

b) *Se calculează statistica test*. Pentru testarea semnificației raportului de corelație se folosește statistica definită de raportul *F*.

Pentru exemplul considerat, valoarea calculată a statisticii test F este:

$$F_{calc} = \frac{S_E^2}{S_R^2} = \frac{724,408}{52,965} = 13,677.$$

Elementele de calcul sunt prezentate în Tabelul 1.4.5.

Tabelul 1.4.5. *Valoarea calculată a statisticii F*

ANOVA

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Regression	724,408	1	724,408	13,677	,003
Residual	688,541	13	52,965		
Total	1412,949	14			

The independent variable is rata_somaj.

c) *Se alege pragul de semnificație al testului* și se citește din tabelul Fisher o valoare teoretică a testului, $F_{\alpha;v_1,v_2}$. Pentru exemplul dat, considerând un risc α =0,05 și v_1=*1*, v_2=*13* grade de libertate, se citește valoarea teoretică a statisticii *F*, $F_{0,05;1.13} = 4,667$.

d) *Se ia decizia corectă*: valoarea calculată a statisticii F, F_{calc}=*13,677*, este mai mare decât valoarea teoretică, $F_{0,05;1.13} = 4,667$, ceea ce arată că se respinge

ipoteza H_0 şi se acceptă ipoteza H_1. Se poate deci garanta cu o probabilitate de 0,95 că valoarea raportului de corelaţie este semnificativ diferită de zero. Decizia corectă poate fi luată şi prin compararea valorii probabilităţii asociate statisticii test calculate (Sig.) cu nivelul pragului de semnificaţie ales (α =0,05). Pentru exemplul considerat, (Sig.=0.003)<0,05, ceea ce arată că se respinge ipoteza H_0.

În urma estimării şi testării valorii raportului de corelaţie, se poate considera că între indicele câştigului salarial real şi rata şomajului în România există o legătură statistică puternică. Variaţia indicelui câştigului salarial real în România poate fi explicată în proporţie de 51,3% prin variaţia ratei şomajului.

1.4.6. Verificarea ipotezelor statistice ale modelului legăturii dintre câştigul salarial real şi rata şomajului

În modelarea econometrică, se formulează patru ipoteze statistice: ipoteza de normalitate a erorilor, ipoteza de homoscedasticitate, ipoteza de autocorelare a erorilor şi ipoteza de multicoliniaritate (în cazul existenţei mai multor variabile independente).

1.4.6.1. Ipoteza de normalitate a erorilor

Pentru testarea ipotezei de normalitate a erorilor, se pot folosi procedee grafice sau numerice.

Aprecierea normalităţii erorilor pe cale grafică

Aprecierea normalităţii distribuţiei erorilor pentru modelul estimat presupune reprezentarea diagramei Q-Q Plot, realizată în figura următoare:

BCU IAŞI/CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Figura 1.4.2. *Diagrama Q-Q Plot*

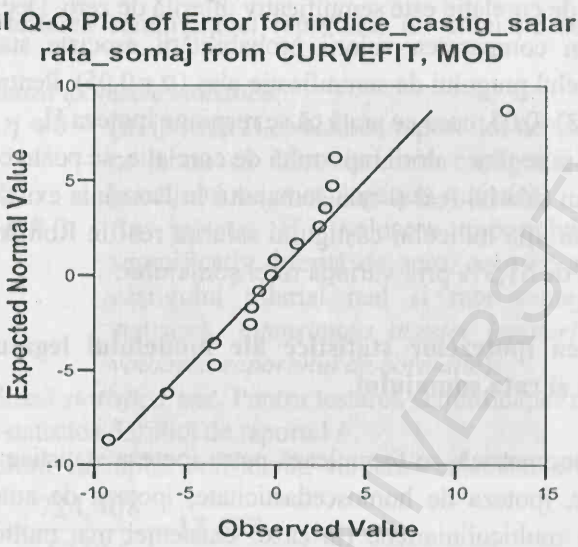


Diagrama prezentată în figura de mai sus evidențiază faptul că distribuția erorilor urmează o lege normală: punctele reprezentate de valorile erorilor sunt situate în apropierea dreptei reprezentate în diagonala pătratului.

Aprecierea normalității erorilor pe cale numerică

Aprecierea normalității distribuției erorilor pentru modelul estimat presupune formularea ipotezelor statistice, astfel:

H_0: ipoteza de normalitate, $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$

H_1: distribuția erorilor nu urmează o lege normală

Pentru testarea normalității erorilor modelului de regresie hiperbolic, se folosește statistica test Kolmogorov-Smirnov-Lilliefors (KSL) sau testul χ^2.

Pentru exemplul considerat, în urma prelucrării datelor în SPSS s-au obținut următoarele rezultate:

BCU IASI CENTRUL UNIVERSITY LIBRARY

Tabelul 1.4.6. *Valoarea calculată a statisticii test Kolmogorov-Smirnov-Lilliefors*

One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test

		Error for indice_ castig_salar with rata_ somaj from CURVEFIT, MOD
N		15
Normal Parameters [a,b]	Mean	.0000000
	Std. Deviation	4.99796252
Most Extreme Differences	Absolute	.185
	Positive	.185
	Negative	-.124
Kolmogorov-Smirnov Z		.717
Asymp. Sig. (2-tailed)		.682

a. Test distribution is Normal.

b. Calculated from data.

Datele din tabelul de mai sus arată că valoarea probabilităţii asociate statisticii test calculate (KLS=0,717) este (Sig.=0,682)>0,05, deci se acceptă ipoteza H_0. Se poate astfel garanta cu o probabilitate de 0,95 că distribuţia erorilor modelului de regresie hiperbolic estimat urmează o lege normală.

1.4.6.2. Ipoteza de homoscedasticitate a erorilor

Ipoteza de homoscedasticitate presupune ca varianţa erorilor să fie constantă. Pentru testarea acesteia, se formulează următoarele ipoteze statistice:

H_0: ipoteza de homoscedasticitate ($V(\varepsilon)=\sigma^2$).

H_1: ipoteza de heteroscedasticitate

Pentru testarea ipotezei de homoscedasticitate se foloseşte statistica test Spearman. Pentru exemplul considerat, în urma prelucrării datelor în SPSS s-au obţinut următoarele rezultate:

BCU IAŞI - CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Tabelul 1.4.7. *Valoarea calculată a statisticii test Spearman*

Correlations

			abs	pib_peloc_05
Spearman's rho	Error for indice câştig_salar with rata_şomaj from CURVEFIT, MOD	Correlation Coefficient	1.000	.029
		Sig. (2-tailed)	.	.919
		N	15	15
	rata_şomaj	Correlation Coefficient	.029	1.000
		Sig. (2-tailed)	.919	.
		N	15	15

Considerând un risc α=0,05, valoarea probabilității asociate statisticii test calculate este (Sig.=0,919)>0,05, ceea ce arată că se acceptă ipoteza H_0 de homoscedasticitate. Se poate astfel garanta cu o probabilitate de 0,95 că ipoteza de homoscedasticitate nu este încălcată.

1.4.6.3. Ipoteza de autocorelare a erorilor

Autocorelarea sau corelația serială presupune existența unei autocorelări între erorile ε ale modelului de regresie estimat.

Pentru testarea ipotezei de autocorelare a erorilor, se formulează următoarele ipoteze statistice:

H_0: nu există autocorelare a erorilor

H_1: ipoteza de autocorelare a erorilor este încălcată

Statistica test folosită în această situație este statistica *Runs Test*. Pentru exemplul considerat, s-au obținut următoarele rezultate:

BCU IASI/CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Tabelul 1.4.8. *Valoarea calculată a statisticii test Runs*

Runs Test

	Error for indice_ castig_salar with rata_ somaj from CURVEFIT, MOD
Test Value [a]	-.21966
Cases < Test Value	7
Cases >= Test Value	8
Total Cases	15
Number of Runs	8
Z	.000
Asymp. Sig. (2-tailed)	1.000

a. Median

Valoarea probabilităţii asociate statisticii test calculate *Runs* este (Sig.=1.000)>(α=0,05), ceea ce arată că se acceptă ipoteza H_0 de absenţă a autocorelării erorilor. Se poate astfel garanta cu o probabilitate de 0,95 că ipoteza de autocorelare a erorilor este îndeplinită.

1.4.7. Concluzie

În urma analizei econometrice realizate, se poate considera că există o legătură statistică inversă între valoarea indicelui câştigului salarial real şi rata şomajului în România. Rezultatele obţinute în urma analizei de corelaţie au evidenţiat că intensitatea acestei legături este destul de puternică.

Validitatea modelului de regresie estimat al legăturii dintre cele două fenomene economice este susţinută de respectarea ipotezelor statistice care se formulează în modelarea econometrică realizată. În aceste condiţii, modelul estimat poate fi folosit în scop predictiv de către autorităţile cu putere de decizie în politica economică românească.

BCU IAŞI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Bibliografie

1. Anghelache, C., *Statistică macroeconomică*, Editura Economică, Bucureşti, 2004
2. Capanu, I., Wagner, P., Mitruţ, C., *Sistemul conturilor naţionale şi agregate macroeconomice*, Editura ALL, Bucureşti, 1994
3. Isaic-Maniu, Al., Mitruţ, C., Voineagu, V., *Macroeconomie şi analiză macroeconomică*, Editura Constantin Brâncoveanu, Rm. Vâlcea, 1995
4. Jaba, E. *Statistica*, Editura Economică, Bucureşti, ediţia a III-a, 2002
5. Jaba, E., Grama, A., *Analiza statistică cu SPSS sub Windows*, Editura Polirom, Iaşi, 2005
6. Lipsey, R., *The relation between unemployment and the rate of change of money wage rates in the United Kingdom, 1862-1957: a further analysis*, Economica, 1960
7. Phillips, A.W., *The relation between unemployment and the rate of change of money wage rates in the United Kingdom, 1861-1957*, Economica, Vol. XXV, 1958
8. Samuelson, P.A., Solow, R., *Analytical aspect of anti-inflation policy*, American Economic Review, mai, 1960

BCU IASI/CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

1.5. Legătura dintre rata inflației și rata șomajului

Rata inflației poate fi modelată în funcție de rata șomajului printr-un model simplu neliniar, și anume modelul hiperbolic. Acest model este cunoscut și sub denumirea de *Curba lui Phillips*.

1.5.1. Prezentarea problemei

Legătura dintre rata inflației și rata șomajului a fost teoretizată pentru prima dată de economistul A.W. Phillips, în lucrarea *The Relation between Unemployment and the Rate of Change of Money Wage Rates in the United Kingdom, 1861-1957*, publicată în 1958 în „Economica". Această teorie demonstrează că, pe termen scurt, există o relație de compromis între cele două variabile economice, adică pentru a scade rata șomajului într-o economie, trebuie să fim pregătiți să avem o rată ridicată a inflației [A.W. Phillips, 1958]. Modelul propus de Phillips pentru a arăta legătura dintre cele două variabile este unul hiperbolic, iar în literatura de specialitate este cunoscut sub denumirea de *Curba lui Phillips*.

1.5.2. Definirea modelului econometric

Pentru a construi modelul econometric, vom considera datele Eurostat, pentru perioada 1997-2006.

Forma modelului de regresie hiperbolic pentru Curba lui Phillips este:

$$Y = \alpha + \beta \frac{1}{X} + \varepsilon,$$

unde:

- Y este variabila dependentă, rata inflației;
- X este variabila independentă (predictor), rata șomajului;
- ε este variabila aleatoare eroare (reziduu);
- α, β sunt coeficienții de regresie.

Parametrii ecuației de regresie sunt:

α – *ordonata la origine*, arată valoarea ratei inflației când rata șomajului $\to \infty$;

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

β – panta dreptei, numit şi coeficient de regresie, arată variaţia absolută a ratei inflaţiei la o variaţie absolută cu o unitate a inversului ratei şomajului.

Datele sunt prezentate în tabelul 1.5.1

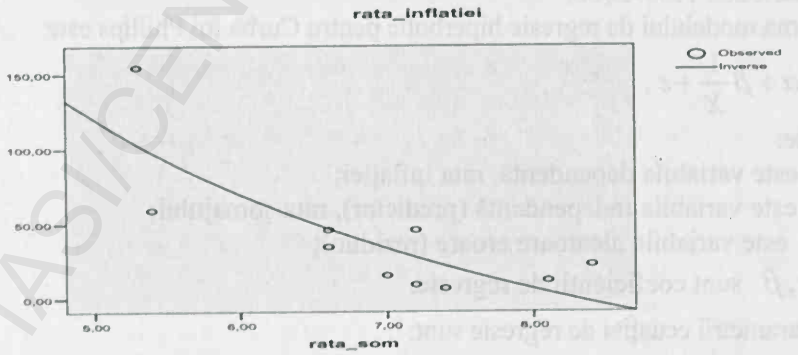
Tabelul 1.5.1. *Rata inflaţiei şi rata şomajului, în România, în perioada 1997-2006*

Ani	Rata şomajului	Rata inflaţiei
1997	5.30	154.80
1998	5.40	59.10
1999	6.60	45.80
2000	7.20	45.70
2001	6.60	34.50
2002	8.40	22.50
2003	7.00	15.30
2004	8.10	11.90
2005	7.20	9.10
2006	7.40	6.60

Sursa: http://epp.eurostat.ec.europa.eu

Reprezentarea grafică a legăturii dintre cele două variabile este prezentată în figura 1.5.1.

Figura 1.5.1. *Legătura dintre rata inflaţiei şi rata şomajului*



BCU IAŞI/CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Din figura 1.5.1 se observă că între cele două variabile există o legătură neliniară, de forma $Y = \alpha + \beta \frac{1}{X}$.

1.5.3. Estimarea parametrilor modelului

Parametrii modelului sunt estimați cu ajutorul metodei celor mai mici pătrate, utilizând SPSS.

Pentru estimarea parametrilor vom liniariza modelul hiperbolic, folosind un model liniar de forma:

$Y = \alpha + \beta X^*$,

unde variabila X* este inversa variabilei X.

1.5.3.1. Estimarea punctuală a parametrilor

Estimațiile punctuale ale parametrilor modelului sunt prezentate în tabelul 1.5.2, coloana a doua.

Tabelul 1.5.2. *Coeficienții modelului ratei inflației*

Coefficients[a]

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.	95% Confidence Interval for B	
		B	Std. Error	Beta			Lower Bound	Upper Bound
1	(Constant)	-183.135	59.785		-3.063	.016	-321.001	-45.270
	1/rata_som	1516.202	400.829	.801	3.783	.005	591.889	2440.514

a. Dependent Variable: Cheltuieli băneşti de consum ale gospodăriilor

Interpretare

Estimația $b = 1516,202$ arată că la o creștere cu o unitate a inversei ratei șomajului, rata inflației va crește, în medie, cu o valoare foarte ridicată.

Așa cum se observă și din reprezentarea grafică, modificări de valoare mică ale ratei șomajului antrenează modificări de amplitudine foarte mare pentru rata inflației, iar modificările ratei șomajului cu valori ridicate antrenează modificări de amplitudine mică ale ratei inflației.

Pe baza rezultatelor din tabelul de mai sus, se poate scrie ecuația estimată a modelului ratei inflației:

$$Y = \alpha + \beta \frac{1}{X} = -183.135 + 1516.202 \frac{1}{X}.$$

BCU BUCHAREST UNIVERSITY LIBRARY

1.5.3.2. Estimarea parametrilor prin interval de încredere

Intervalul de încredere pentru parametrul β al modelului ratei inflației este dat de relația:

$$b \pm t_{\alpha/2} \cdot s_{\hat{\beta}}$$

Valoarea coeficientului de regresie (b) și valoarea erorii medii de selecție ($s_{\hat{\beta}}$) le obținem din tabelul coeficienților (vezi tabelul 1.5.2, coloana 2, respectiv 3).

Valoarea $t_{\alpha/2}$ se citește din tabelul repartiției Student, pentru n-2=8 grade de libertate și α=0.05. Astfel, citim $t_{\alpha/2,8} = 2.306$.

Înlocuind, intervalul de încredere pentru β este:

$$b \pm t_{\alpha/2} \cdot s_{\hat{\beta}} = 1516.202 \pm 2.306 \cdot 400.829 = (591.889; 2440.514)$$

În SPSS, rezultatele calculului privind intervalele de încredere pentru parametrii modelului sunt prezentate în tabelul 1.5.2, coloanele 7 și 8.

Interpretare

Cu o probabilitate de 0,95, parametrul β al modelului ratei inflației este acoperit de intervalul *(591,889 ; 2440,514).*

1.5.4. Testarea parametrilor și a modelului propus

1.5.4.1. Testarea parametrilor modelului

Etapele testării

Formularea ipotezelor. Testarea semnificației coeficientului de regresie β pleacă de la formularea următoarelor ipoteze:

$$H_0 : \beta = 0$$

$$H_1 : \beta \neq 0$$

Dacă respingem ipoteza H_0, cu un prag de semnificație α ales, atunci legătura dintre cele două variabile X și Y este semnificativă. În practica economică se consideră, de regulă, un $\alpha = 0{,}05$, adică se consideră un risc de *5%* de a respinge ipoteza H_0 atunci când aceasta ar fi adevărată.

BCU "ION CREANGĂ" UNIVERSITY LIBRARY

Test. Pentru testarea semnificației coeficientului de regresie β se folosește *statistica* definită de raportul *t*.

În ipoteza H_0, la nivelul unui eșantion observat, raportul *t* se scrie:

$$t = \frac{b}{s_{\hat{\beta}}} = \frac{1516.202}{400.829} = 3.783$$

Pentru un prag de semnificație α, se citește din tabelul Student o valoare teoretică a testului, $t_{\alpha/2;n-2}$=2.306. Valoarea calculată la nivelul eșantionului observat se compară cu valoarea teoretică a testului.

Regula de decizie. Pentru un risc $\alpha = 0,05$, dacă $t_{calc} > t_{\alpha/2;n-2}$ se respinge ipoteza H_0, adică coeficientul de regresie β este considerat semnificativ diferit de *0* (se acceptă $H_1 : \beta \neq 0$). Decizia se poate lua și pe baza valorii Sig., astfel:

Sig. > α : se acceptă ipoteza H_0,

Sig. < α : se respinge ipoteza H_0, cu o probabilitate de 95%.

Utilizând SPSS, obținem rezultatele testării prezentate în tabelul 1.5.2, coloanele 5 și 6.

Interpretare

Pentru exemplul dat, valoarea (Sig.=0.005) este mai mică decât α = 0.05, deci, cu o probabilitate de 0,95 se respinge ipoteza nulă, adică β (panta dreptei de regresie) corespunde unei legături semnificative între rata inflației și rata șomajului.

1.5.4.2. Testarea modelului de regresie

Testarea modelului de regresie liniară simplă se realizează cu ajutorul testului F, conform următorului demers:

- Ipoteze: $H_0 : \beta = 0$ (legătura dintre cele două variabile exprimată prin modelul hiperbolic nu este semnificativă)

  $H_1 : \beta \neq 0$ (legătura dintre cele două variabile exprimată prin modelul hiperbolic este semnificativă)

BCU IAȘI/CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

- Statistica Fisher: $F = \frac{\hat{\eta}^2}{1-\hat{\eta}^2}\frac{n-k}{k-1} \sim F(k-1, n-k)$.

- Valoarea teoretică din tabela Fisher, $F_{\alpha,1,n-2}$=5.318;

- Valoarea calculată la nivelul eşantionului.

Utilizând rezultatul din tabelul 1.5.3, se poate obține valoarea calculată a testului Fisher astfel :

$$F_{calc.} = \frac{R^2}{1-R^2} \cdot \frac{n-2}{1} = \frac{0,641}{1-0,641}\frac{10-2}{1} = 14,28$$

- Regula de decizie: dacă $F_{calc.} > F_{\alpha,1,n-2)}$, se respinge ipoteza H_0 cu o probabilitate egală cu (1-α).

În SPSS, dacă sigF < α, se respinge H_0.

Se observă că valoarea calculată a testului este mai mare decât valoarea teoretică, adică se ia decizia de a respinge ipoteza nulă, cu o probabilitate de 0,95.

Estimația pentru raportul de determinație, calculată în SPSS, se prezintă în tabelul de mai jos, coloana a treia.

Tabelul 1.5.3. *Model Summary*

Model Summary[b]

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate	Durbin-Watson
1	.801	.641	.597	27.93895	2.485

b. Dependent Variable: rata_inflatiei

În SPSS, rezultatele testării sunt prezentate în tabelul 1.5.4.

BCU IASI/CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Tabelul 1.5.4. *ANOVA*

ANOVA

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Regression	11169,063	1	11169,063	14,309	,005
Residual	6244,678	8	780,585		
Total	17413,741	9			

The independent variable is rata_som.

Interpretare

Valoarea Sig. pentru testul F este mai mică decât 0,05, adică modelul construit explică dependența dintre variabile printr-o legătură neliniară care este considerată semnificativă.

1.5.5. Raportul de corelație și raportul de determinație

Raportul de corelație

Este un indicator al intensității legăturii ce poate fi aplicat atât în cazul regresiei liniare, cât și al celei neliniare simple sau multiple.

Valoarea la pătrat a raportului de corelație reprezintă **raportul de determinație**.

Estimarea raportului de corelație

În SPSS, estimațiile raportului de corelație și ale raportului de determinație sunt prezentate în tabelul 1.5.3.

Valoarea mare a raportului de corelație (R = 0,801) arată faptul că între cele două variabile există o legătură puternică. Raportul de determinație este 0,641, ceea ce arată faptul că 64,1% din variația ratei inflației este explicată de variația ratei șomajului.

1.5.6. Testarea ipotezelor clasice ale unui modelul de regresie

Pentru modelul ratei inflației, vom testa dacă sunt îndeplinite următoarele ipoteze: normalitatea erorilor, homoscedasticitatea și autocorelarea erorilor.

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

1.5.6.1. Testarea ipotezei de normalitate a erorilor

Înainte de a testa ipoteza de normalitate, este important să se testeze dacă media erorilor este zero sau nu. În caz contrar, modelul trebuie corectat cu valoarea medie estimată a erorilor.

Testarea ipotezei $M(\varepsilon_i) = 0$

În SPSS, pentru testarea acestei ipoteze, utilizăm testul Student. Rezultatul testării este prezentat în tabelul 1.5.5.

Tabelul 1.5.5. *Rezultatele testării ipotezei* $M(\varepsilon_i) = 0$

One-Sample Test

	Test Value = 0					
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
					Lower	Upper
Error for rata_inflației with rata_șom	,000	9	1,000	,00000	-18,8433	18,84328

Interpretare

Atât valoarea calculată a testului (care este mică, egală cu *0,000*), cât și semnificația testului (*sig t = 1*) permit luarea deciziei de a accepta ipoteza nulă a acestui test, adică ipoteza că media erorilor nu diferă semnificativ de valoarea zero (*Test Value = 0*).

Testarea normalității erorilor

Pentru testarea ipotezei de normalitate a erorilor, se utilizează mai multe teste, dintre care prezentăm testul Jarque-Bera și testul non-parametric Kolmogorov-Smirnov.

Testul Jarque-Bera

Testul Jarque-Bera are următoarea expresie:

$$JB = \frac{n}{6}\left(\hat{S}^2 + \frac{(\hat{K}-3)^2}{4}\right) \sim \chi^2(2)$$

BCU ASE CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

În SPSS, pentru variabila reziduală a modelului ratei inflației, estimațiile parametrilor formei repartiției sunt prezentate în tabelul 1.5.6.

Tabelul 1.5.6. *Estimațiile parametrilor formei distribuției erorilor*

Statistics

Unstandardized Residual

N	Valid	10
	Missing	0
Skewness		.663
Std. Error of Skewness		.687
Kurtosis		.308
Std. Error of Kurtosis		1.334

Pentru datele din tabelul 1.5.6, se poate determina valoarea calculată a testului Jarque-Bera:

$$JB_{calc} = \frac{n}{6}\left(s^2 + \frac{(k-3)^2}{4}\right) = \frac{10}{6}\left(0{,}663^2 + \frac{0{,}308^2}{4}\right) = 0{,}77.$$

Din tabela *chi-pătrat*, se citește valoarea teoretică $\chi^2_{0,05;2} = 5{,}99$.

Decizia

Deoarece valoarea calculată a testului este mai mică decât valoarea teoretică, se ia decizia de a accepta ipoteza nulă (de normalitate a erorilor), cu o probabilitate de 0,95.

Testul Kolmogorov-Smirnov

Utilizând programul SPSS, pentru testul Kolmogorov-Smirnov s-au obținut rezultatele din tabelul 1.5.7.

Etapele testării

Formularea ipotezelor

H_0: $\varepsilon_i \sim N(0,\sigma^2)$

H_1: ε_i nu urmează o lege normală de distribuție

BCU IAȘI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Regula de decizie

Pentru un risc $\alpha = 0,05$, dacă

Sig. > α : se acceptă ipoteza H_0

Sig. < α : se respinge ipoteza H_0, cu o încredere de 0,95.

Tabelul 1.5.7. *Testul Kolmogorov-Smirnov*

One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test

		Unstandardized Residual
N		10
Normal Parameters[a,b]	Mean	.0000000
	Std. Deviation	26.34109218
Most Extreme Differences	Absolute	.177
	Positive	.177
	Negative	-.143
Kolmogorov-Smirnov Z		.559
Asymp. Sig. (2-tailed)		.913

a. Test distribution is Normal.

b. Calculated from data.

Din tabelul 1.5.7 se observă că valoarea Sig. este mai mare decât riscul α, prin urmare, cu o încredere de 95% putem afirma că ipoteza de normalitate a erorilor se acceptă.

1.5.6.2. Testarea ipotezei de homoscedasticitate

Pentru testarea ipotezei se utilizează mai multe teste, dintre care vom prezenta testul corelației neparametrice între variabilele $\hat{\varepsilon}_i$ și X_i și testul Glesjer.

Testul corelației neparametrice între $\hat{\varepsilon}_i$ și X_i

Etapele testării sunt următoarele:

- se realizează regresia $Y = \alpha + \beta \frac{1}{X}$, fără a ține seama de ipoteza de homoscedasticitate;
- se estimează erorile $\hat{\varepsilon}_i$ la nivelul eșantionului;
- se determină rangurile pentru valorile absolute ale erorilor estimate și pentru valorile ratei șomajului;
- se determină coeficientul de corelație al rangurilor Spearman între $|\hat{\varepsilon}_i|$ și X_i;

BCU IAȘI CENTRALĂ UNIVERSITARĂ LIBRARY

- se testează coeficientul de corelație Spearman cu ajutorul testului Student;
- dacă se acceptă ipoteza că coeficientul de corelație Spearman nu este semnificativ, se acceptă și ipoteza de homoscedasticitate, iar în caz contrar modelul este heteroscedastic.

În SPSS, testarea se realizează cu ajutorul testului Student, iar rezultatele sunt prezentate în tabelul 1.5.8.

Tabelul 1.5.8. *Rezultatele testării coeficientului de corelație Spearman între* $|\hat{\varepsilon}_i|$ *și* X_i

Correlations

			rata_som	abs
Spearman's rho	rata_som	Correlation Coefficient	1,000	-,256
		Sig. (2-tailed)	.	,475
		N	10	10
	abs	Correlation Coefficient	-,256	1,000
		Sig. (2-tailed)	,475	.
		N	10	10

Interpretare

Testul Student realizat asupra coeficientului de corelație Spearman indică lipsa unei legături semnificative între erori și variabila independentă, deoarece semnificația testului este mai mare decât 0,05 (*Sig t = 0,475*). În concluzie, modelul ratei inflației este homoscedastic.

Testul Glejser

Acest test are la bază un model de regresie între variabila reziduală estimată și variabila independentă. Realizarea testului presupune parcurgerea următorului demers:

- se realizează regresia $y_i = \alpha + \beta \frac{1}{x_i} + \varepsilon_i$;
- se determină erorile estimate $\hat{\varepsilon}_i$;
- se realizează, de exemplu, regresia $|\varepsilon_i| = \alpha_0 + \alpha_1 x_i + u_i$;

BCU IAȘI - CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

– se testează modelul din etapa anterioară: dacă parametrul α_1 este semnificativ, atunci modelul inițial este heteroscedastic.

Tabelul 1.5.9. *Testul Glesjer*

Coefficients[a]

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	82,320	29,133		2,826	,022
	rata_som	-8,916	4,170	-,603	-2,138	,065

a. Dependent Variable: abs

Interpretare

Semnificația testului este mai mare decât 0,05 (*Sig t = 0,065*). În concluzie, modelul ratei inflației este homoscedastic.

1.5.6.3. Testarea ipotezei de autocorelare a erorilor

Ipoteza de necorelare a erorilor se referă la lipsa unei corelații între termenii variabilei eroare din modelul de regresie sau că eroarea asociată unei valori a variabilei dependente nu este influențată de eroarea asociată altei valori a variabilei dependente.

În testarea acestei ipoteze vom utiliza testele Durbin-Watson și Runs.

Testul Durbin-Watson

Etapele testului:

1. Formularea ipotezelor

H_0: $\rho = 0$ (nu există autocorelare a erorilor)

H_1: $\rho \neq 0$ (ipoteza este încălcată)

2. Decizia se ia pe baza valorilor critice ale statisticii *DW*, calculate și tabelate în funcție de pragul de semnificație și de volumul eșantionului. În tabele se determină două valori critice, notate cu d_L (limita inferioară) și d_U (limita superioară) pentru diverse valori ale pragului de semnificație și ale volumului eșantionului. În funcție de aceste valori critice se determină următoarele intervale, care permit luarea deciziei de respingere sau acceptare a ipotezei nule:

BCU CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

0	d_L	d_U	*2*	$4-d_U$	$4-d_L$	*4*
0	*0,46*	*1,33*	*2*	*2,67*	*3,54*	*4*

Decizia se ia în funcție de următoarele regiuni:

(0; d_L) este o regiune de respingere, erorile înregistrează o autocorelare pozitivă;

(d_L ; d_U) și *($4-d_u$; $4-d_L$)* sunt regiune de nedeterminare, dacă valoarea statisticii *DW* cade în această regiune, nu se poate decide asupra existenței autocorelării erorilor;

(d_u ; $4-d_u$) este o regiune de acceptare a ipotezei nule, erorile nu sunt autocorelate;

($4-d_L$; 4) este o regiune de respingere, erorile înregistrează o autocorelare negativă.

Rezultatele testului Durbin Watson, obținute în SPSS, se prezintă în tabelul 1.5.10.

Tabelul 1.5.10. *Rezultatul testului Durbin-Watson*

Model Summary[b]

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate	Durbin-Watson
1	.801[a]	.641	.597	27.93895	2.485

a. Predictors: (Constant), inverse

b. Dependent Variable: rata_inflatiei

Interpretare

Din tabela Durbin-Watson se citesc cele două valori critice pentru un nivel de încredere de 0,05:

$d_L = 0,46$;

$d_U = 1,33$.

Conform regulii de decizie, valoarea calculată a testului (*2,485*) se află în regiunea de acceptare a ipotezei nule *(d_u ; $4-d_u$)*, deci erorile modelului nu sunt autocorelate.

BCU IAȘI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Testul Runs

Acest test are la bază ideea că valorile variabilei reziduale se constituie în secvențe sau seturi de valori pozitive sau negative numite *runs*, care se succedă într-o anumită ordine sau aleator.

În SPSS, rezultatele testării autocorelării erorilor cu ajutorului testului Runs sunt prezentate în tabelul 1.5.11.

Tabelul 1.5.11. *Rezultatul testului Runs*

Runs Test

	Unstandardized Residual
Test Value [a]	-6.44213
Cases < Test Value	5
Cases >= Test Value	5
Total Cases	10
Number of Runs	8
Z	1.006
Asymp. Sig. (2-tailed)	.314

a. Median

Interpretare

Semnificația testului are valoarea 0,314, care este mai mare decât pragul de semnificație de 0,05. În consecință, se ia decizia de a accepta ipoteza nulă, adică erorile nu înregistrează fenomenul de autocorelare.

Bibliografie

1. Jaba, Elisabeta, Grama, Ana, *Analiza statistică cu SPSS sub Windows*, Editura Polirom, Iași, 2004
2. Jaba, Elisabeta, Jemna, Dănuț – *Econometrie,* Editura Sedcom Libris, Iași, 2006
3. Phillips, A.W.H. – *The Relation between Unemployment and the Rate of Change of Money Wage Rates in the United Kingdom, 1861-1957*, Economica NS 25, nr. 2, 1958
4. http://www.econreview.com/phillips/
5. http://www.tutor2u.net/economics/content/topics/inflation/philips_curve.htm

BCU IASI - CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

1.6. Legătura dintre speranța de viață și PIB/locuitor

Speranța de viață poate fi modelată în funcție de PIB printr-un model simplu neliniar, și anume modelul de tip putere.

1.6.1. Prezentarea problemei

Inegalitățile dintre venituri și problemele legate de sănătate au impus găsirea unor modele care să reflecte influența veniturilor asupra stării de sănătate. Cele mai importante lucrări sunt cele ale lui I. Adelman, *An econometric analysis of population growth*, publicată în 1963 în „American Economic Review", G.B. Rodgers, *Income and inequality as determinants of mortality: an international cross-section analysis*, publicată în 1979 în „Population Studies" și ale lui S. Preston, *The changing relation between mortality and level of economic development*, publicată în 1975 în „Population Studies". Autorii arată că speranța de viață este influențată de nivelul veniturilor, reprezentat de PIB/locuitor, iar modelul legăturii dintre cele două variabile este neliniar, de tip putere.

1.6.2. Definirea modelului econometric

Pentru a construi modelul econometric, vom considera datele Eurostat, pentru țările UE, pe anul 2005.

În cazul legăturii dintre speranța de viață și PIB, modelul de regresie are următoarea formă:

$Y = \alpha X^{\beta}$, unde:

- Y este variabila dependentă, adică speranța medie de viață ;
- X este variabila independentă (predictor), adică PIB/locuitor;
- ε este variabila aleatoare eroare (reziduu);
- α, β sunt coeficienții de regresie.

Parametrii ecuației de regresie sunt:

α - arată valoarea speranței de viață când PIB-ul ia valoarea 1;

β - elasticitatea speranței de viață în raport cu PIB, arată variația relativă a speranței de viață la o variație relativă cu o unitate a PIB.

Datele sunt prezentate în tabelul 1.6.1.

Tabelul 1.6.1. *Produsul Intern Brut pe locuitor și Speranța medie de viață, pentru țările UE, în 2005*

Țara	PIB/loc	Speranța de viață
Belgia	118.00	76.70
Bulgaria	33.70	69.00
Rep. Cehă	73.60	72.90
Danemarca	121.70	75.60
Germania	109.90	76.20
Estonia	59.70	67.30
Irlanda	138.70	77.10
Grecia	84.00	76.60
Spania	97.80	77.40
Franța	108.40	76.70
Italia	100.60	77.60
Cipru	88.80	77.00
Letonia	48.60	65.60
Lituania	52.00	65.40
Ungaria	62.50	68.60
Malta	71.60	77.70
Olanda	125.40	77.20
Austria	122.80	76.70
Polonia	49.70	70.80
Portugalia	71.60	74.90
România	34.20	68.20
Slovenia	81.80	74.10
Slovacia	57.10	70.10
Finlanda	110.40	75.50
Suedia	114.60	78.40

BCU IASI - STYLIBRARY

UK	117.50	76.90
Croația	48.40	72.30
Macedonia	25.90	71.30
Turcia	27.50	68.90
Islanda	130.40	79.20
Norvegia	172.00	77.70
Elveția	127.40	78.70

Sursa: http://epp.eurostat.ec.europa.eu

Descrierea statistică a variabilelor modelului

Este importantă realizarea unei analize descriptive a fiecărei variabile pentru a studia caracteristicile distribuțiilor variabilelor modelului. Această analiză se realizează înainte de modelarea celor două variabile, pentru a putea depista dacă sunt necesare eventuale transformări asupra variabilelor sau eliminări din analiză a unor valori extreme.

În urma prelucrării datelor privind valorile variabilelor *Produsul Intern Brut pe locuitor* și *Speranța medie de viață,* înregistrate în țările UE, în anul 2005, s-au obținut următoarele rezultate, prezentate în Tabelul 1.6.2 și Figurile 1.6.1., 1.6.2 și 1.6.3.

Rezultatele analizei descriptive, numerice și grafice, pentru variabila independentă ne indică o distribuție moderat asimetrică spre dreapta, platicurtică. Variabila dependentă este moderat asimetrică spre stânga și platicurtică. Cu un coeficient de variație de 0,05, putem afirma că distribuția Speranței medii de viață pe țări este omogenă. Distribuția PIB/loc este puțin omogenă, pentru aceasta înregistrându-se un coeficient de variație de 0,42. Nu se înregistrează valori aberante în nici o serie de date statistice, după cum se observă din diagrama boxplot (Figurile 1.6.2 și 1.6.3).

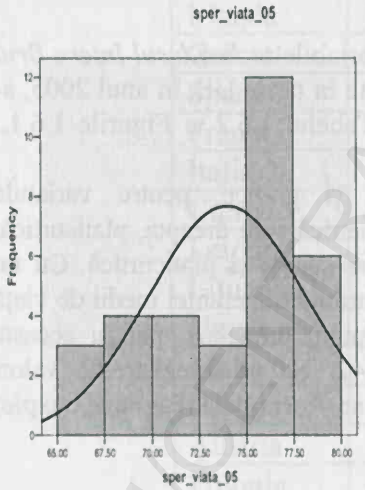
BCU IASI/CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

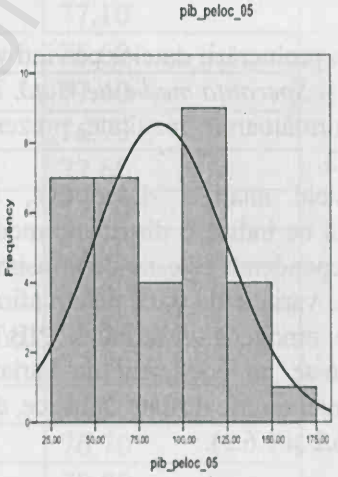
Tabelul 1.6.2. *Indicatorii statisticii descriptive privind Produsul Intern Brut pe locuitor şi Speranţa medie de viaţă, înregistrate în ţările UE, în anul 2005*

Statistics

		pib_peloc_05	sper_viata_05
N	Valid	32	32
	Missing	0	0
Mean		87.0719	74.0094
Median		86.4000	75.9000
Mode		71.60	76.70
Std. Deviation		37.36221	4.16129
Variance		1395.935	17.316
Skewness		.089	-.738
Std. Error of Skewness		.414	.414
Kurtosis		-.782	-.824
Std. Error of Kurtosis		.809	.809

Figura 1.6.1. *Distribuţiile PIB/loc şi Speranţei de viaţă, în UE, anul 2005*





BCU IASI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Figura 1.6.2. *Diagrama boxplot pentru Speranța de viață*

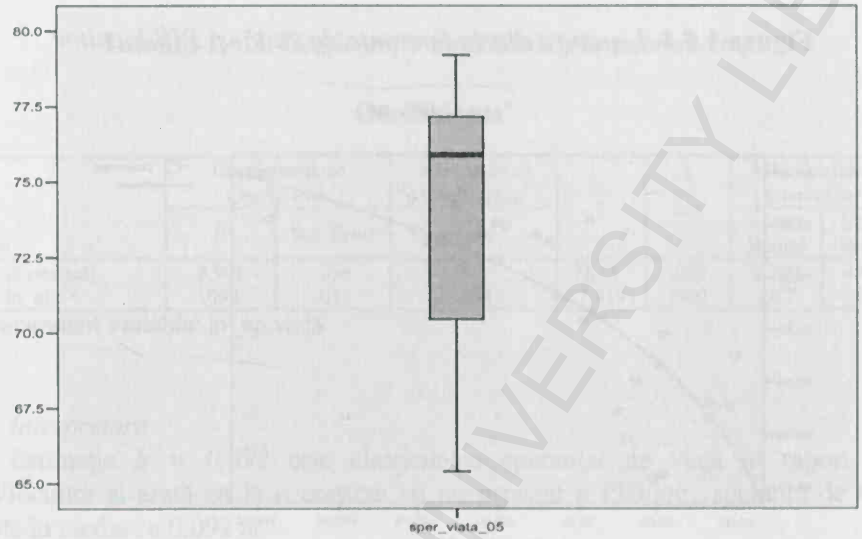
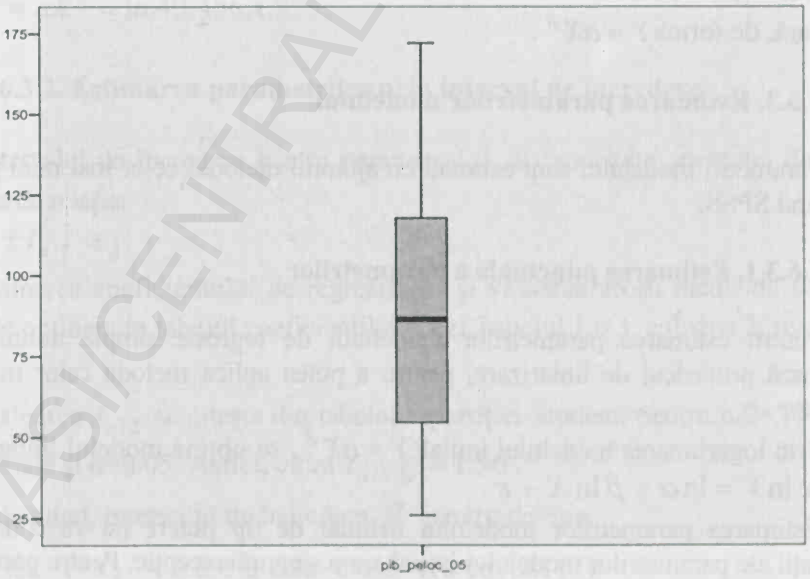


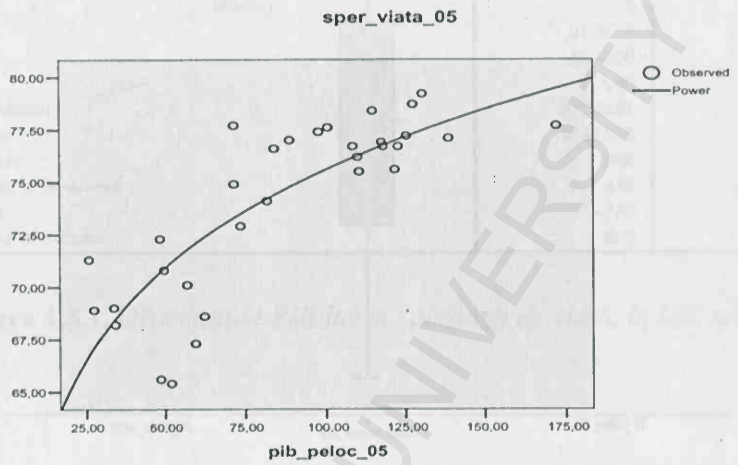
Figura 1.6.3. *Diagrama boxplot pentru PIB/locuitor*



BCU IAȘI/CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Reprezentarea grafică a legăturii dintre cele două variabile este prezentată în Figura 1.6.4.

Figura 1.6.4. *Legătura dintre Speranța de viață și PIB/locuitor*



Din figura 1.6.4 se observă că între cele două variabile există o legătură neliniară, de forma $Y = \alpha X^{\beta}$.

1.6.3. Estimarea parametrilor modelului

Parametrii modelului sunt estimați cu ajutorul metodei celor mai mici pătrate, utilizând SPSS.

1.6.3.1. Estimarea punctuală a parametrilor

Pentru estimarea parametrilor modelului de regresie simplă neliniară, se utilizează procedeul de liniarizare, pentru a putea aplica metoda celor mai mici pătrate.

Prin logaritmarea modelului inițial $Y = \alpha X^{\beta}$, se obține modelul liniarizat de forma: $\ln Y = \ln \alpha + \beta \ln X + \varepsilon$

Estimarea parametrilor modelului neliniar de tip putere ne va conduce la estimații ale parametrilor modelului inițial, cu o singură excepție. Pentru parametrul α, estimația se va obține prin aplicarea funcției exponențial estimației $\ln\alpha$.

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Estimațiile punctuale ale parametrilor modelului sunt prezentate în Tabelul 1.6.3, coloana a doua.

Tabelul 1.6.3. *Coeficienții modelului Speranței de viață*

Coefficients[a]

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.	95% Confidence Interval for B	
		B	Std. Error	Beta			Lower Bound	Upper Bound
1	(Constant)	3.901	.054		71.617	.000	3.790	4.012
	ln_pib	.092	.012	.804	7.419	.000	.067	.117

a. Dependent Variable: ln_sp.viață

Interpretare

Estimația $b = 0,092$ este elasticitatea speranței de viață în raport cu PIB/locuitor și arată că la o creștere cu un procent a PIB/loc., speranța de viață crește în medie cu 0,092%.

Pe baza rezultatelor din tabelul de mai sus, se poate scrie ecuația estimată a modelului speranței de viață:

$$Y = aX^b = \ln 49,456X^{0,092}.$$

1.6.3.2. Estimarea parametrilor prin interval de încredere

Intervalul de încredere pentru parametrul β al modelului speranței de viață este dat de relația:

$$b \pm t_{\alpha/2} \cdot s_{\hat{\beta}}$$

Valoarea coeficientului de regresie (b) și valoarea erorii medii de selecție ($s_{\hat{\beta}}$) le obținem în tabelul coeficienților (vezi Tabelul 1.6.3, coloana 2, respectiv 3).

Valoarea $t_{\alpha/2}$ se citește din tabelul repartiției Student, pentru n-2=30 grade de libertate și α=0.05. Astfel, citim $t_{\alpha/2,30} = 1.96$.

Înlocuind, intervalul de încredere β pentru devine:

$$b \pm t_{\alpha/2} \cdot s_{\hat{\beta}} = 0.092 \pm 1.96 \cdot 0.012 = (0.067;0.117)$$

BCU / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

În SPSS, rezultatele calculului intervalelor de încredere pentru parametrii modelului sunt prezentate în Tabelul 1.6.3, coloanele 7 şi 8.

Interpretare

Cu o probabilitate de 0,95, parametrul β al modelului speranţei de viaţă este acoperit de intervalul *(0,067 ; 0,117)*.

1.6.4 Testarea parametrilor şi a modelului propus

1.6.4.1 Testarea parametrilor modelului

Etapele testării

Formularea ipotezelor. Testarea semnificaţiei coeficientului de regresie β pleacă de la formularea următoarelor ipoteze:

$$H_0 : \beta = 0$$

$$H_1 : \beta \neq 0$$

Dacă respingem ipoteza H_0, cu un prag de semnificaţie α ales, atunci legătura dintre cele două variabile *X* şi *Y* este semnificativă. În practica economică se consideră, de regulă, un $\alpha = 0{,}05$, adică se consideră un risc de *5%* de a respinge ipoteza H_0 atunci când aceasta ar fi adevărată.

Test. Pentru testarea semnificaţiei coeficientului de regresie β se foloseşte *statistica* definită de raportul *t*.

În ipoteza H_0, la nivelul unui eşantion observat, raportul *t* se scrie:

$$t = \frac{b}{s_{\hat{\beta}}} = \frac{0.092}{0.012} = 7.419$$

Pentru un prag de semnificaţie α, se citeşte din tabelul Student o valoare teoretică a testului $t_{\alpha/2;n-2}$ care va fi comparată cu valoarea calculată la nivelul eşantionului observat.

Regula de decizie. Pentru un risc $\alpha = 0{,}05$, dacă $t_{calc} > t_{\alpha/2;n-2}$ se respinge ipoteza H_0, adică coeficientul de regresie β este considerat semnificativ diferit de *0* (se acceptă $H_1 : \beta \neq 0$). Decizia se poate lua şi pe baza valorii Sig., astfel:

Sig. > α : se acceptă ipoteza H_0,

Sig. < α : se respinge ipoteza H_0, cu o încredere de 95%.

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Utilizând SPSS, obținem rezultatele testării prezentate în Tabelul 1.6.3, coloanele 5 și 6.

Interpretare

Pentru exemplul dat, valoarea (Sig.=0.000) este mai mică decât $\alpha = 0.05$, deci, cu o probabilitate de 0,95 se respinge ipoteza nulă, adică β (panta dreptei de regresie) corespunde unei legături semnificative între cele două variabile.

1.6.4.2 Testarea modelului de regresie

Testarea modelului de regresie liniară simplă se realizează cu ajutorul testului F, conform următorului demers:

- ipoteze: $H_0 : \eta = 0$ (legătura dintre cele două variabile exprimată prin modelul neliniar de tip putere nu este semnificativă)

  $H_1 : \eta > 0$ (legătura dintre cele două variabile exprimată prin modelul neliniar de tip putere este semnificativă)

- statistica Fisher: $F = \dfrac{\hat{\eta}^2}{1-\hat{\eta}^2}\dfrac{n-k}{k-1} \sim F(k-1, n-k)$

- valoarea teoretică $F_{\alpha,1,n-2}$ din tabela Fisher, $F_{0,05;1,30} = 4{,}171$

- valoarea calculată la nivelul eșantionului.

Utilizând rezultatul din tabelul 1.6.3, se poate obține valoarea calculată a testului Fisher astfel :

$$F_{calc.} = \frac{R^2}{1-R^2}\cdot\frac{n-2}{1} = \frac{0{,}647}{1-0{,}647}\frac{32-2}{1} = 54{,}98$$

- regula de decizie: dacă $F_{calc.} > F_{\alpha,1,n-2)}$, se respinge ipoteza H_0 cu o probabilitate egală cu $(1-\alpha)$.

Se observă că valoarea calculată a testului este mai mare decât valoarea teoretică, adică se ia decizia de a respinge ipoteza nulă, cu o probabilitate de 0,95.

În SPSS, dacă sigF < α, se respinge H_0.

Estimația pentru raportul de determinație, calculată în SPSS, se prezintă în tabelul de mai jos, coloana a treia.

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Tabelul 1.6.4. *Model Summary*

Model Summary[b]

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate	Durbin-Watson
1	.804[a]	.647	.635	.03470	1.387

a. Predictors: (Constant), ln_pib

b. Dependent Variable: ln_sp.viata

În SPSS, tabelul ANOVA, redat în Tabelul 1.6.5, prezintă estimațiile celor două componente ale variației, gradele de libertate corespunzătoare, estimațiile varianțelor explicată și reziduală, valoarea calculată a raportului Fisher și semnificația testului.

Tabelul 1.6.5. *ANOVA*

ANOVA

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Regression	,066	1	,066	55,038	,000
Residual	,036	30	,001		
Total	,102	31			

The independent variable is pib_peloc_05.

Interpretare

Valoarea Sig. pentru testul F este mai mică decât 0,05, adică modelul construit explică dependența dintre variabile printr-o legătură neliniară de tip putere, care este considerată semnificativă.

1.6.5. Raportul de corelație și raportul de determinație

Raportul de corelație

Este un indicator al intensității legăturii ce poate fi aplicat atât în cazul regresiei liniare cât și a celei neliniare simple sau multiple.

Valoarea la pătrat a raportului de corelație reprezintă **raportul de determinație**.

Estimarea raportului de corelație

În SPSS, estimațiile raportului de corelație și ale raportului de determinație sunt prezentate în tabelul 1.6.4.

Valoarea mare a raportului de corelație (R = 0,804) arată faptul că între cele două variabile există o legătură puternică. Raportul de determinație este 0,647, ceea ce arată faptul că 64,7% din variația speranței de viață este explicată de variația PIB/locuitor.

1.6.6. Testarea ipotezelor clasice ale unui modelul de regresie

Pentru modelul speranței de viață, vom testa dacă sunt îndeplinite următoarele ipoteze: normalitatea erorilor, homoscedasticitatea și autocorelarea erorilor.

1.6.6.1. Testarea ipotezei de normalitate a erorilor

Ipoteza de normalitate a erorilor este importantă pentru stabilirea proprietăților estimatorilor parametrilor modelului de regresie. Dacă este respectată ipoteza de normalitate a erorilor, $\varepsilon_i \sim N(0,\sigma^2)$, estimatorii $\hat{\alpha},\hat{\beta}$ urmează, de asemenea, o lege normală.

Înainte de a testa ipoteza de normalitate, este important să se testeze dacă media erorilor este zero sau nu. În caz contrar, modelul trebuie corectat cu valoarea medie estimată a erorilor.

Testarea ipotezei $M(\varepsilon_i)=0$

În SPSS, rezultatul testării este prezentat în Tabelul 1.6.6.

Tabelul 1.6.6. *Rezultatele testării ipotezei* $M(\varepsilon_i)=0$

One-Sample Test

	Test Value = 0					
					95% Confidence Interval of the Difference	
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Lower	Upper
Error for rata_inflatiei with rata_som	,000	9	1,000	,00000000	-18,8433	18,84328

BCU IASI CENTRUL UNIVERSITAR LIBRARY

Interpretare

Atât valoarea calculată a testului (care este mică, egală cu *0,000*), cât și semnificația testului (*sig t = 1*) permit luarea deciziei de a accepta ipoteza nulă a acestui test, adică ipoteza că media erorilor nu diferă semnificativ de valoarea zero (*Test Value = 0*).

Testarea normalității erorilor

Pentru testarea ipotezei de normalitate a erorilor, se utilizează mai multe teste, dintre care prezentăm testul Jarque-Bera și testul non-parametric Kolmogorov-Smirnov.

Testul Jarque-Bera

Testul Jarque-Bera are următoarea expresie:

$$JB = \frac{n}{6}\left(\hat{S}^2 + \frac{(\hat{K}-3)^2}{4}\right) \sim \chi^2(2)$$

În SPSS, pentru variabila reziduală a modelului speranței de viață, estimațiile parametrilor formei repartiției sunt prezentate în tabelul 1.6.7.

Tabelul 1.6.7. *Estimațiile parametrilor formei distribuției erorilor*

Statistics

Error for sper_viata_05 with pib_peloc_05 from CURVEFIT, MOD_2 P

N	Valid	32
	Missing	0
Skewness		-.684
Std. Error of Skewness		.414
Kurtosis		.714
Std. Error of Kurtosis		.809

Pentru datele din tabelul 1.6.7, se poate determina valoarea calculată a testului Jarque-Bera:

$$JB_{calc} = \frac{n}{6}\left(s^2 + \frac{(k-3)^2}{4}\right) = \frac{32}{6}\left(0{,}684^2 + \frac{0{,}714^2}{4}\right) = 3{,}17\,.$$

BCU IASI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Din tabela *chi-pătrat*, se citește valoarea teoretică $\chi^2_{0,05;2} = 5,99$.

Decizia

Deoarece valoarea calculată a testului este mai mică decât valoarea teoretică, se ia decizia de a accepta ipoteza nulă (de normalitate a erorilor), cu o probabilitate de 0,95.

Testul Kolmogorov-Smirnov

Utilizând programul SPSS, pentru testul Kolmogorov-Smirnov s-au obținut rezultatele din Tabelul 1.6.8.

Etapele testării

Formularea ipotezelor

H_0: $\varepsilon_i \sim N(0,\sigma^2)$

H1: ε_i nu urmează o lege normală de distribuție

Regula de decizie

Pentru un risc $\alpha = 0,05$, dacă

Sig. > α : se acceptă ipoteza H_0

Sig. < α : se respinge ipoteza H_0, cu o probabilitate de 0,95.

Tabelul 1.6.8. *Testul Kolmogorov-Smirnov*

One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test

			Error for sper_ viata_05 with pib_peloc_05 from CURVEFIT, MOD_2 P
N			32
Normal Parameters	a,b	Mean	.0408068
		Std. Deviation	2.42030265
Most Extreme Differences		Absolute	.145
		Positive	.120
		Negative	-.145
Kolmogorov-Smirnov Z			.819
Asymp. Sig. (2-tailed)			.513

a. Test distribution is Normal.

b. Calculated from data.

Din tabelul 1.6.8 se observă, de asemenea, că valoarea Sig. este mai mare decât riscul α, prin urmare, cu o încredere de 95% putem afirma că ipoteza de normalitate a erorilor se acceptă.

BCU IASI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

1.6.6.2. Testarea ipotezei de homoscedasticitate

Pentru testarea ipotezei se utilizează mai multe teste, dintre care vom prezenta testul corelației neparametrice între variabilele $\hat{\varepsilon}_i$ și X_i.

Testul corelației neparametrice între $\hat{\varepsilon}_i$ și X_i

Etapele testării sunt următoarele:

- se realizează regresia $Y = \alpha X^{\beta} + \varepsilon$, fără a ține seama de ipoteza de homoscedasticitate;
- se estimează erorile $\hat{\varepsilon}_i$ la nivelul eșantionului;
- se determină rangurile pentru valorile absolute ale erorilor estimate și pentru valorile variabilei independente, PIB/locuitor;
- se determină coeficientul de corelație al rangurilor Spearman între $|\hat{\varepsilon}_i|$ și X_i;
- se testează coeficientul de corelație Spearman cu ajutorul testului Student;
- dacă se acceptă ipoteza că coeficientul de corelație Spearman nu este semnificativ, se acceptă și ipoteza de homoscedasticitate, iar în caz contrar modelul este heteroscedastic.

În SPSS, testarea se realizează cu ajutorul testului Student, iar rezultatele sunt prezentate în Tabelul 1.6.9.

Tabelul 1.6.9. *Rezultatele testării coeficientului de corelație Spearman între $|\hat{\varepsilon}_i|$ și X_i*

Correlations

			abs	pib_peloc_05
Spearman's rho	abs	Correlation Coefficient	1.000	-.335
		Sig. (2-tailed)	.	.061
		N	32	32
	pib_peloc_05	Correlation Coefficient	-.335	1.000
		Sig. (2-tailed)	.061	.
		N	32	32

Interpretare

Testul Student realizat asupra coeficientului de corelație indică lipsa unei legături semnificative între erori și variabila independentă, deoarece semnificația

BCU IAȘI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

testului este mai mare decât 0,05 (*Sig t = 0,061*). În concluzie, modelul speranței de viață este homoscedastic.

1.6.6.3. Testarea ipotezei de necorelare a erorilor

Ipoteza de necorelare a erorilor se referă la lipsa unei corelații între termenii variabilei eroare din modelul de regresie sau că eroarea asociată unei valori a variabilei dependente nu este influențată de eroarea asociată altei valori a variabilei dependente.

În testarea acestei ipoteze vom utiliza testele Durbin-Watson și Runs.

Testul Durbin-Watson

Etapele testului:

1. Formularea ipotezelor

H_0: $\rho = 0$ (nu există autocorelare a erorilor)

H_1: $\rho \neq 0$ (ipoteza este încălcată)

$\varepsilon_i = \rho\varepsilon_{i-1} + u_i$

2. Decizia se ia pe baza valorilor critice ale statisticii *DW*, calculate și tabelate în funcție de pragul de semnificație și de volumul eșantionului. În tabele se determină două valori critice, notate cu d_L (limita inferioară) și d_U (limita superioară) pentru diverse valori ale pragului de semnificație și ale volumului eșantionului. În funcție de aceste valori critice se determină următoarele intervale, care permit luarea deciziei de respingere sau acceptare a ipotezei nule:

0	d_L	d_U	2	4- d_U	4- d_L	4
0	1,373	1,502	2	2,498	2,627	4

Decizia se ia în funcție de următoarele regiuni:

(0; d_L) este o regiune de respingere, erorile înregistrează o autocorelare pozitivă;

(d_L ; d_U) și *(4-d_u ; 4-d_L)* sunt regiune de nedeterminare, dacă valoarea statisticii *DW* cade în această regiune, nu se poate decide asupra existenței autocorelării erorilor;

(d_u ; 4- d_u) este o regiune de acceptare a ipotezei nule, erorile nu sunt autocorelate;

(4-d_L ; 4) este o regiune de respingere, erorile înregistrează o autocorelare negativă.

BCU CLUJ CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Rezultatele testului Durbin-Watson, obținute în SPSS, se prezintă în Tabelul 1.6.4.

Interpretare

Din tabela Durbin-Watson se citesc cele două valori critice pentru un nivel de încredere de 0,05:

$d_L = 1,373;$

$d_U = 1,502.$

Conform regulii de decizie, valoarea calculată a testului (*1,387*) se află în regiunea $(d_u ; d_u)$, deci nu se poate decide asupra existenței autocorelării erorilor.

Testul Runs

Acest test are la bază ideea că valorile variabilei reziduale se constituie în secvențe sau seturi de valori pozitive sau negative numite *runs*, care se succed într-o anumită ordine sau aleator.

În SPSS, rezultatele testării autocorelării erorilor cu ajutorului testului Runs sunt prezentate în tabelul 1.6.10.

Tabelul 1.6.10. *Rezultatul testului Runs*

Runs Test

	Error for rata_inflatiei with rata_ som
Test Value[a]	-6,44213
Cases < Test Value	5
Cases >= Test Value	5
Total Cases	10
Number of Runs	8
Z	1,006
Asymp. Sig. (2-tailed)	,314

a. Median

Interpretare

Semnificația testului are valoarea 0,314, care este mai mare decât pragul de semnificație de 0,05. În consecință, se ia decizia de a accepta ipoteza nulă, adică erorile nu înregistrează fenomenul de autocorelare.

BCU "ASICI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Bibliografie

1. Adelman, I., *An econometric analysis of population growth*, „American Economic Review", 1963
2. Jaba, Elisabeta, Grama, Ana – *Analiza statistică cu SPSS sub Windows*, Editura Polirom, Iași, 2004
3. Jaba, Elisabeta, Jemna, Dănuț – *Econometrie,* Editura Sedcom Libris, Iasi, 2006
4. Moore, S. – *Peripherality, income inequality, and life expectancy: revisiting the income inequality hypothesis*, 2006, disponibil la http://ije.oxfordjournals.org/cgi/content/full/35/3/623
5. Preston, S. – *The changing relation between mortality and level of economic development*, „Population Studies", 1975
6. Rodgers, G.B. – *Income and inequality as determinants of mortality: an international cross-section analysis*, „Population Studies", 1979

BCU IASI/CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

1.7. Legătura dintre rata fertilității și PIB/locuitor

Rata de fertilitate poate fi modelată în funcție de PIB printr-un model simplu neliniar, și anume modelul de tip polinomial sau exponențial.

1.7.1. Prezentarea problemei

Legătura dintre fertilitate și dezvoltarea economică s-a constituit, din 1952, de la apariția teoriei lui T.R. Malthus, publicată în lucrarea *An Essay on Population*, într-o continuă preocupare pentru specialiști.

Teoria lui T.R. Malthus susține faptul că fertilitatea va crește dacă crește venitul și invers [Malthus, 1952], însă numeroasele studii recente prezentate în literatura de specialitate arată că legătura dintre fertilitate și venit nu este una directă, ci inversă [Micevska, Zak, 2002]. Cele mai multe studii empirice evidențiază existența unei legături de tip parabolic cu punct de maxim, în timp ce alte studii arată existența unei legături de tip exponențial [Strulik, Sikandar, 2002]. Ca urmare, vom analiza legătura dintre rata de fertilitate și PIB/locuitor testând trei modele neliniare, și anume două modele polinomiale – modelul parabolic, modelul cubic – și modelul exponențial.

1.7.2. Definirea modelului econometric

Pentru a construi modelul econometric, vom considera datele Eurostat, pentru țările UE, pe anul 2005.

Datele sunt prezentate în Tabelul 1.7.1.

Tabelul 1.7.1. *Produsul intern brut pe locuitor și rata fertilității totale, pentru țările UE, în anul 2005*

Țara	PIB/locuitor	Rata fertilității totale
Belgia	118.00	1.72
Bulgaria	33.70	1.31
Rep Cehă	73.60	1.28

BCU IASI SCIENTIFIC UNIVERSITY LIBRARY

Danemarca	121.70	1.80
Germania	109.90	1.34
Estonia	59.70	1.50
Irlanda	138.70	1.88
Grecia	84.00	1.28
Spania	97.80	1.34
Franța	108.40	1.94
Italia	100.60	1.34
Cipru	88.80	1.42
Letonia	48.60	1.31
Lituania	52.00	1.27
Luxemburg	250.80	1.70
Ungaria	62.50	1.32
Malta	71.60	1.37
Olanda	125.40	1.73
Austria	122.80	1.41
Polonia	49.70	1.24
Portugalia	71.60	1.40
România	34.20	1.32
Slovenia	81.80	1.26
Slovacia	57.10	1.25
Finlanda	110.40	1.80
Suedia	114.60	1.77
UK	117.50	1.80
Croația	48.40	1.42
Macedonia	25.90	1.46
Turcia	27.50	2.19
Islanda	130.40	2.05
Norvegia	172.00	1.84
Elveția	127.40	1.42

Sursa: http://epp.eurostat.ec.europa.eu

Descrierea statistică a variabilelor modelului

Este importantă realizarea unei analize descriptive a fiecărei variabile pentru a studia caracteristicile distribuțiilor variabilelor modelului. Această analiză se realizează înainte de modelarea celor două variabile, pentru a putea depista dacă

BCU IASI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

sunt necesare eventuale transformări asupra variabilelor sau eliminări din analiză ale unor valori extreme.

În urma prelucrării datelor privind valorile variabilelor *Produsul Intern Brut pe locuitor* şi *rata fertilităţii totale,* înregistrate în ţările UE, în anul 2005, s-au obţinut următoarele rezultate, prezentate în Tabelul 1.7.2 şi Figurile 1.7.1., 1.7.2 şi 1.7.3.

Rezultatele analizei descriptive, numerice şi grafice, pentru variabila independentă ne indică o distribuţie moderat asimetrică spre dreapta, platicurtică. Variabila dependentă este uşor asimetrică spre dreapta şi platicurtică. Cu un coeficient de variaţie de 0,17, putem afirma că distribuţia ratei de fertilitate pe ţări este omogenă. Distribuţia PIB/loc este puţin omogenă, pentru aceasta înregistrându-se un coeficient de variaţie de 0,42. Nu se înregistrează valori aberante în nici o serie de date statistice, după cum se observă din diagrama boxplot (Figurile 1.7.2 şi 1.7.3).

Tabelul 1.7.2. *Indicatorii statisticii descriptive privind Produsul Intern Brut pe locuitor şi rata totală de fertilitate, înregistrate în ţările UE, în anul 2005*

Statistics

		rata_fert_totale_05	pib_peloc_05
N	Valid	32	32
	Missing	0	0
Mean		1.5244	87.0719
Mode		1.34[a]	71.60
Std. Deviation		.27027	37.36221
Variance		.073	1395.935
Skewness		.885	.089
Std. Error of Skewness		.414	.414
Kurtosis		-.426	-.782
Std. Error of Kurtosis		.809	.809

a. Multiple modes exist. The smallest value is shown

BCU IAŞI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Figura 1.7.1. *Distribuțiile PIB/loc și Rata totală de fertilitate, în UE, anul 2005*

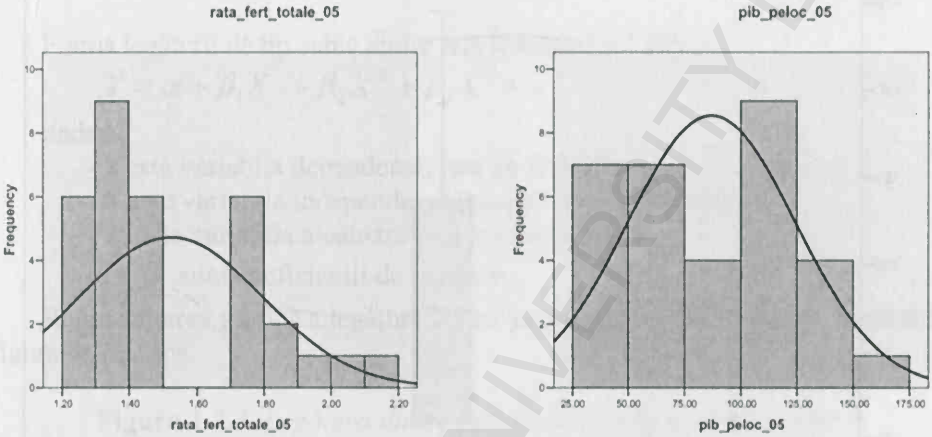
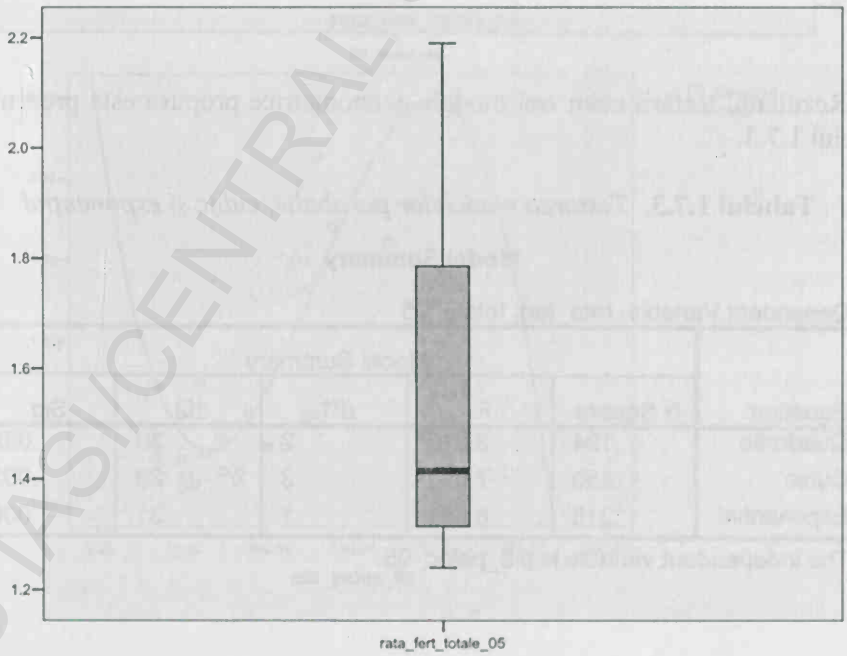
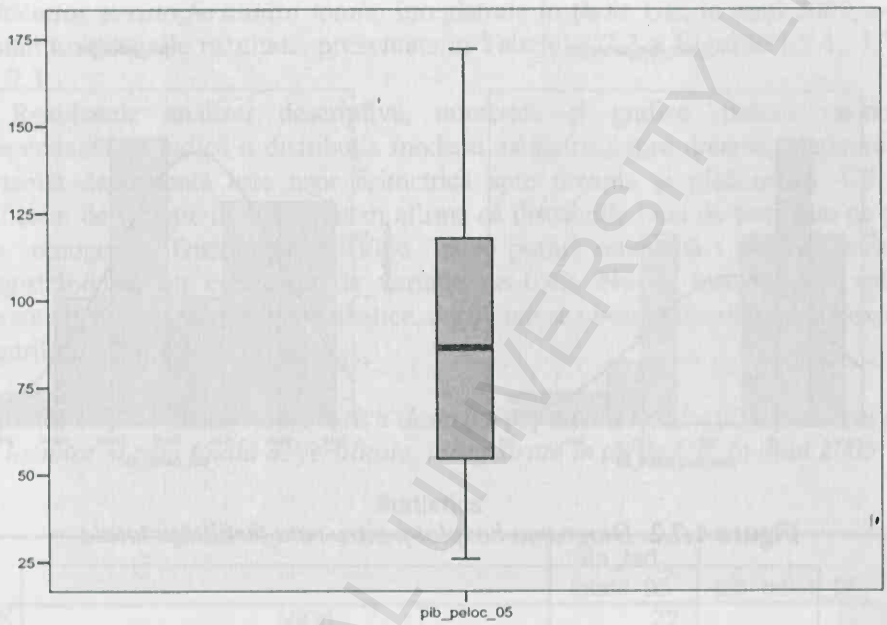


Figura 1.7.2. *Diagrama boxplot pentru rata fertilității totale*



BCU IASI/CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Figura 1.7.3. *Diagrama boxplot pentru PIB/locuitor*



Rezultatul testării celor trei modele econometrice propuse este prezentat în Tabelul 1.7.3.

Tabelul 1.7.3. *Testarea modelelor parabolic, cubic şi exponenţial*

Model Summary

Dependent Variable: rata_fert_totale_05

	Model Summary				
Equation	R Square	F	df1	df2	Sig.
Quadratic	.194	3.619	2	30	.039
Cubic	.450	7.911	3	29	.001
Exponential	.218	8.651	1	31	.006

The independent variable is pib_peloc_05.

BCU INSTITUTIONAL UNIVERSITY LIBRARY

Din analiza valorii Sig. se observă că toate cele trei modele sunt semnificative (Sig.<0.05). Analiza raportului de determinație însă arată faptul că modelul cubic este cel care se potrivește cel mai bine datelor problemei, având cea mai mare valoare a raportului (R Square = 0,450).

Forma legăturii de tip cubic dintre rata fertilității și PIB este:

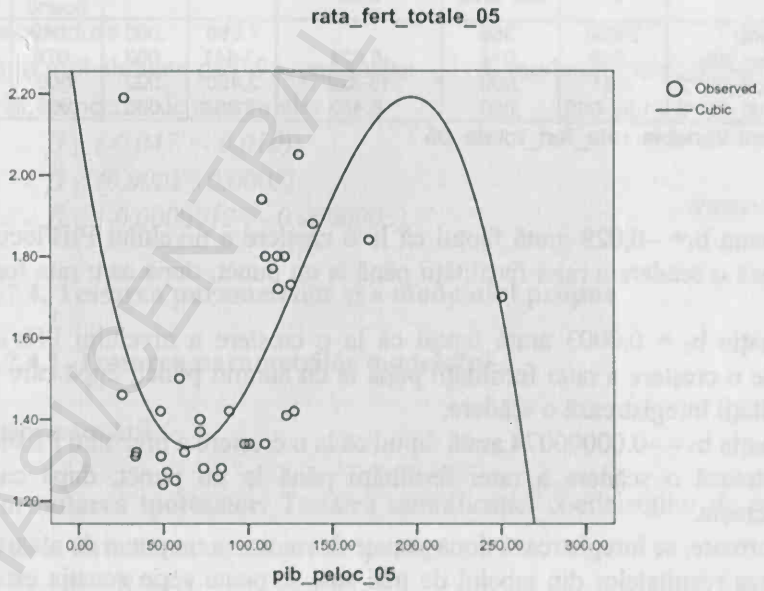
$$Y = \alpha + \beta_1 X + \beta_2 X^2 + \beta_3 X^3 + \varepsilon$$

unde:

- Y este variabila dependentă, rata de fertilitate ;
- X este variabila independentă (predictor), PIB/locuitor;
- ε este variabila aleatoare eroare (reziduu);
- α, β_i sunt coeficienții de regresie.

Reprezentarea grafică a legăturii dintre cele două variabile este prezentată în figura de mai jos.

Figura 1.7.3. *Legătura dintre rata de fertilitate și PIB/locuitor*



BCU IASI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Din Figura 1.7.3 se observă că între cele două variabile există o legătură neliniară, de forma $Y = \alpha + \beta_1 X + \beta_2 X^2 + \beta_3 X^3 + \varepsilon$.

1.7.3. Estimarea parametrilor modelului

Parametrii modelului sunt estimați cu ajutorul metodei celor mai mici pătrate, utilizând SPSS.

1.7.3.1. Estimarea punctuală a parametrilor

Estimațiile punctuale ale parametrilor modelului sunt prezentate în Tabelul 1.7.4, coloana a doua.

Tabelul 1.7.4. *Coeficienții modelului ratei de fertilitate*

Coefficients[a]

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.	95% Confidence Interval for B	
		B	Std. Error	Beta			Lower Bound	Upper Bound
1	(Constant)	2.599	.366		7.098	.000	1.849	3.349
	pib_peloc_05	-.048	.014	-6.624	-3.441	.002	-.076	-.019
	pib_peloc_05**2	.001	.000	13.322	3.420	.002	.000	.001
	pib_peloc_05**3	-1.6E-006	.000	-6.453	-3.061	.005	.000	.000

a. Dependent Variable: rata_fert_totale_05

Interpretare

Estimația $b_1 = -0{,}029$ arată faptul că la o creștere a nivelului PIB/locuitor se înregistrează o scădere a ratei fertilității până la un punct, după care rata fertilității crește.

Estimația $b_2 = 0{,}0003$ arată faptul că la o creștere a nivelului PIB/locuitor corespunde o creștere a ratei fertilității până la un anumit punct, după care nivelul ratei fertilității înregistrează o scădere.

Estimația $b_3 = -0.00000074$ arată faptul că la o creștere a nivelului PIB/locuitor se înregistrează o scădere a ratei fertilității până la un punct, după care rata fertilității crește.

Prin urmare, se înregistrează două puncte de minim și un punct de maxim.

Pe baza rezultatelor din tabelul de mai sus, se poate scrie ecuația estimată a modelului ratei fertilității:

BCU "ALECU RUSSO" UNIVERSITY LIBRARY

$$Y = \alpha + \beta_1 X + \beta_2 X^2 + \beta_3 X^3 + \varepsilon = 2{,}158 - 0{,}029X + 0{,}0003X^2 - 0.00000074X^3 + \varepsilon.$$

1.7.3.2. Estimarea parametrilor prin interval de încredere

Intervalele de încredere pentru parametrii β_i ai modelului ratei de fertilitate sunt date de relațiile:

$$b_i \pm t_{\alpha/2} \cdot s_{\hat{\beta}_i},\ i = \overline{1,3}$$

Valoarea coeficienților de regresie (b_i) și valoarea erorii medii de selecție ($s_{\hat{\beta}_i}$) le obținem din tabelul coeficienților (vezi Tabelul 1.7.4, coloana 2, respectiv 3).

Valoarea $t_{\alpha/2}$ se citește din tabelul repartiției Student, pentru n-2=31 grade de libertate și α=0.05. Astfel, citim $t_{\alpha/2,31} = 1.96$.

Înlocuind, intervalul de încredere pentru β_1 este:

$$b \pm t_{\alpha/2} \cdot s_{\hat{\beta}} = -0.029 \pm 1.96 \cdot 0.009 = (-0.047; -0.010)$$

În SPSS, rezultatele calculului intervalelor de încredere pentru parametrii modelului sunt prezentate în Tabelul 1.7.4, coloanele 7 și 8.

Interpretare

Cu o probabilitate de 0,95, parametrii β_i ai modelului ratei de fertilitate sunt acoperiți, respectiv, de intervalele:

- β_1: *(-0,047 ; - 0,010);*
- β_2: *(0,0001 ; 0,0005);*
- β_3: *(-0,0000012 ; - 0,0000003).*

1.7.4. Testarea parametrilor și a modelului propus

1.7.4.1. Testarea parametrilor modelului

Etapele testării

Formularea ipotezelor. Testarea semnificației coeficienților de regresie β_i pleacă de la formularea următoarelor ipoteze:

$$H_0 : \beta_i = 0$$

$$H_1 : \beta_i \neq 0$$

BCU IAȘI/CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Dacă respingem ipoteza H_0, cu un prag de semnificație ales, atunci variabila independentă are o influență semnificativă asupra variabilei dependente.

Test. Pentru testarea semnificației coeficienților de regresie β_i se folosesc statisticile Student definite de raportul t.

Decizia. Pentru un prag de semnificație ales, se citește din tabelul Student o valoare teoretică a testului care va fi comparată cu valoarea calculată la nivelul eșantionului observat.

Pentru un risc $\alpha = 0{,}05$, dacă $t_{calc} > t_{\alpha/2;n-2}$ se respinge ipoteza H_0, adică coeficientul de regresie β este considerat semnificativ diferit de 0 (se acceptă $H_1 : \beta \neq 0$). Decizia se poate lua și pe baza valorii Sig., astfel:

Sig. > α : se acceptă ipoteza H_0,

Sig. < α : se respinge ipoteza H_0, cu o încredere de 95%.

Utilizând SPSS, obținem rezultatele testării prezentate în Tabelul 1.7.4, coloanele 5 și 6.

Interpretare

Pentru exemplul dat, toate valorile Sig. sunt mai mici decât α = 0.05, deci, cu o probabilitate de 0,95 se respinge ipoteza nulă, adică parametrii β corespund unei legături semnificative între cele două variabile.

1.7.4.2. Testarea modelului de regresie

Testarea modelului de regresie liniară simplă se realizează cu ajutorul testului F, conform următorului demers:

- ipoteze: $H_0 : \eta = 0$ (legătura dintre cele două variabile exprimată prin modelul neliniar de tip cubic nu este semnificativă)

  $H_1 : \eta > 0$ (legătura dintre cele două variabile exprimată prin modelul neliniar de tip cubic este semnificativă)

- statistica Fisher: $F = \dfrac{\hat{\eta}^2}{1-\hat{\eta}^2}\dfrac{n-k}{k-1} \sim F(k-1, n-k)$

- valoarea teoretică $F_{\alpha,1,n-4}$ din tabela Fisher, $F_{0,05;4,29} = 2{,}701$

- valoarea calculată la nivelul eșantionului.

BCU IAȘI/CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Utilizând rezultatul din Tabelul 1.7.5, se poate obține valoarea calculată a testului Fisher astfel :

$$F_{calc.} = \frac{R^2}{1-R^2} \cdot \frac{n-4}{3} = \frac{0,450}{1-0,450} \frac{33-4}{3} = 7,91$$

- regula de decizie: dacă $F_{calc.} > F_{\alpha,1,n-4}$, se respinge ipoteza H_0 cu o probabilitate egală cu (1-α).

Se observă că valoarea calculată a testului este mai mare decât valoarea teoretică, adică se ia decizia de a respinge ipoteza nulă, cu o probabilitate de 0,95.

În SPSS, dacă sigF < α, se respinge H_0.

Estimația pentru raportul de determinație, calculată în SPSS, se prezintă în tabelul de mai jos, coloana a treia.

Tabelul 1.7.5. *Model Summary*

Model Summary[b]

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate	Durbin-Watson
1	.707	.500	.446	.20114	2.092

b. Dependent Variable: rata_fert_totale_05

În SPSS, tabelul ANOVA, redat în Tabelul 1.7.6, prezintă estimațiile celor două componente ale variației, gradele de libertate corespunzătoare, estimațiile varianțelor explicată și reziduală, valoarea calculată a raportului Fisher și semnificația testului.

Tabelul 1.7.6. *ANOVA*

ANOVA

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Regression	1.033	3	.344	7.911	.001
Residual	1.262	29	.044		
Total	2.294	32			

The independent variable is pib_peloc_05.

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Interpretare

Valoarea Sig. Pentru testul F este mai mică decât 0,05, adică modelul construit explică dependența dintre variabile printr-o legătură neliniară de tip cubic, care este considerată semnificativă.

1.7.5. Raportul de corelație și raportul de determinație

Raportul de corelație

Este un indicator al intensității legăturii ce poate fi aplicat atât în cazul regresiei liniare, cât și al celei neliniare simple sau multiple.

Valoarea la pătrat a raportului de corelație reprezintă **raportul de determinație**.

Estimațiile raportului de corelație și ale raportului de determinație sunt prezentate în Tabelul 1.7.5.

Valoarea mare a raportului de corelație (R = 0,671) arată faptul că între cele două variabile există o legătură puternică. Raportul de determinație este 0,450, ceea ce arată faptul că 45% din variația ratei de fertilitate este explicată de variația PIB/locuitor.

1.7.6. Testarea ipotezelor clasice ale unui modelul de regresie

Pentru modelul ratei de fertilitate, vom testa dacă sunt îndeplinite următoarele ipoteze: normalitatea erorilor, homoscedasticitatea și autocorelarea erorilor.

1.7.6.1. Testarea ipotezei de normalitate a erorilor

Ipoteza de normalitate a erorilor este importantă pentru stabilirea proprietăților estimatorilor parametrilor modelului de regresie. Dacă este respectată ipoteza de normalitate a erorilor, $\varepsilon_i \sim N(0,\sigma^2)$, estimatorii $\hat{\alpha},\hat{\beta}$ urmează, de asemenea, o lege normală.

Înainte de a testa ipoteza de normalitate, este important să se testeze dacă media erorilor este zero sau nu. În caz contrar, modelul trebuie corectat cu valoarea medie estimată a erorilor.

Testarea ipotezei $M(\varepsilon_i)=0$

În SPSS, rezultatul testării este prezentat în Tabelul 1.7.7.

BCU CLUJ CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Tabelul 1.7.7. *Rezultatele testării ipotezei* $M(\varepsilon_i) = 0$

One-Sample Test

	Test Value = 0					
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
					Lower	Upper
Error for rata_fert_totale_05 with pib_peloc_05 from CURVEFIT, M	.000	32	1.000	.00000	-.0704091	.0704091

Interpretare

Atât valoarea calculată a testului (care este mică, egală cu *0,000*), cât și semnificația testului (*sig t = 1*) permit luarea deciziei de a accepta ipoteza nulă a acestui test, adică ipoteza că media erorilor nu diferă semnificativ de valoarea zero (*Test Value = 0*).

Testarea normalității erorilor

Pentru testarea ipotezei de normalitate a erorilor, se utilizează mai multe teste, dintre care prezentăm testul non-parametric Kolmogorov-Smirnov.

Testul Kolmogorov-Smirnov

Utilizând programul SPSS, pentru testul Kolmogorov-Smirnov s-au obținut rezultatele din tabelul 1.7.8.

Etapele testării

Formularea ipotezelor

H_0: $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$

H1: ε_i nu urmează o lege normală de distribuție

Regula de decizie

Pentru un risc $\alpha = 0,05$, dacă

Sig. > α : se acceptă ipoteza H_0

Sig. < α : se respinge ipoteza H_0, cu o încredere de 0,95.

BCU IASI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Tabelul 1.7.8. *Testul Kolmogorov-Smirnov*

One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test

		Error for rata_ fert_totale_05 with pib_ peloc_05 from CURVEFIT, M
N		33
Normal Parameters[a,b]	Mean	.0000000
	Std. Deviation	.19856791
Most Extreme Differences	Absolute	.110
	Positive	.110
	Negative	-.063
Kolmogorov-Smirnov Z		.630
Asymp. Sig. (2-tailed)		.823

a. Test distribution is Normal.

b. Calculated from data.

Din Tabelul 1.7.8 se observă că valoarea Sig. este mai mare decât riscul α, prin urmare, cu o încredere de 95% putem afirma că ipoteza de normalitate a erorilor se acceptă.

1.7.6.2. Testarea ipotezei de homoscedasticitate

Pentru testarea ipotezei se utilizează mai multe teste, dintre care vom prezenta testul corelației neparametrice între variabilele $\hat{\varepsilon}_i$ și X_i și testul Glesjer.

Testul corelației neparametrice între $\hat{\varepsilon}_i$ și X_i

Etapele testării sunt următoarele:

– se realizează regresia $Y = \alpha + \beta_1 X + \beta_2 X^2 + \beta_3 X^3 + \varepsilon$, fără a ține seama de ipoteza de homoscedasticitate;

– se estimează erorile $\hat{\varepsilon}_i$ la nivelul eșantionului;

– se determină rangurile pentru valorile absolute ale erorilor estimate și pentru valorile variabilei independente, PIB/locuitor;

– se determină coeficientul de corelație al rangurilor Spearman între $|\hat{\varepsilon}_i|$ și X_i;

– se testează coeficientul de corelație cu ajutorul testului Student;

– dacă se acceptă ipoteza că coeficientul de corelație nu este semnificativ, se acceptă și ipoteza de homoscedasticitate, iar în caz contrar modelul este heteroscedastic.

În SPSS, testarea se realizează cu ajutorul testului Student, iar rezultatele sunt prezentate în Tabelul 1.7.9.

Tabelul 1.7.9. *Rezultatele testării coeficientului de corelație Spearman între* $|\hat{\varepsilon}_i|$ *și* X_i

Correlations

			abs	pib_peloc_05
Spearman's rho	abs	Correlation Coefficient	1.000	.105
		Sig. (2-tailed)	.	.561
		N	33	33
	pib_peloc_05	Correlation Coefficient	.105	1.000
		Sig. (2-tailed)	.561	.
		N	33	33

Interpretare

Testul Student realizat asupra coeficientului de corelație indică lipsa unei legături semnificative între erori și variabila independentă, deoarece semnificația testului este mai mare decât 0,05 (*Sig t = 0,561*). În concluzie, modelul ratei de fertilitate este homoscedastic.

Testul Glejser

Acest test are la bază un model de regresie între variabila reziduală estimată și variabila independentă. Forma acestui model indică și forma heteroscedasticității. Realizarea testului presupune parcurgerea următorului demers:

- se realizează regresia $Y = \alpha + \beta_1 X + \beta_2 X^2 + \beta_3 X^3 + \varepsilon$;
- se determină erorile estimate $\hat{\varepsilon}_i$;
- se realizează, de exemplu, regresia $|\varepsilon_i| = \alpha_0 + \alpha_1 x_i + u_i$;
- se testează modelul din etapa anterioară: dacă parametrul α_1 este semnificativ, atunci modelul inițial este heteroscedastic.

BCU IAȘI CENTRUL UNIVERSITAR IBRARY

Tabelul 1.7.10. *Testul Glesjer*

Coefficients[a]

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	.160	.050		3.222	.003
	pib_peloc_05	-8.4E-005	.000	-.031	-.174	.863

a. Dependent Variable: abs

Interpretare

Semnificaţia testului este mai mare decât 0,05 (*Sig t = 0,863*). În concluzie, modelul ratei de fertilitate este homoscedastic.

1.7.6.3. Testarea ipotezei de autocorelare a erorilor

Ipoteza de necorelare a erorilor se referă la lipsa unei corelaţii între termenii variabilei eroare din modelul de regresie sau că eroarea asociată unei valori a variabilei dependente nu este influenţată de eroarea asociată altei valori a variabilei dependente.

În testarea acestei ipoteze vom utiliza testele Durbin-Watson şi Runs.

Testul Durbin-Watson

Etapele testului:

1. Formularea ipotezelor

H_0: $\rho = 0$ (nu există autocorelare a erorilor)

H_1: $\rho \neq 0$ (ipoteza este încălcată)

$\varepsilon_i = \rho\varepsilon_{i-1} + u_i$

2. Decizia se ia pe baza valorilor critice ale statisticii *DW*, calculate şi tabelate în funcţie de pragul de semnificaţie şi de volumul eşantionului. În tabele se determină două valori critice, notate cu d_L (limita inferioară) şi d_U (limita superioară) pentru diverse valori ale pragului de semnificaţie şi ale volumului eşantionului. În funcţie de aceste valori critice se determină următoarele intervale, care permit luarea deciziei de respingere sau acceptare a ipotezei nule:

BCU IAŞI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

0	d_L	d_U	2	4- d_U	4- d_L	4
0	1,258	1,651	2	2,49	2,742	4

Decizia se ia în funcție de următoarele regiuni:

(0; d_L) este o regiune de respingere, erorile înregistrează o autocorelare pozitivă;

(d_L ; d_U) și *(4-d_u ; 4-d_L)* sunt regiune de nedeterminare, dacă valoarea statisticii *DW* cade în această regiune, nu se poate decide asupra existenței autocorelării erorilor;

(d_u ; 4- d_u) este o regiune de acceptare a ipotezei nule, erorile nu sunt autocorelate;

(4-d_L ; 4) este o regiune de respingere, erorile înregistrează o autocorelare negativă.

Rezultatele testului Durbin-Watson, obținute în SPSS, se prezintă în Tabelul 1.7.11.

Tabelul 1.7.11. *Rezultatul testului Durbin-Watson*

Model Summary [b]

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate	Durbin-Watson
1	.671[a]	.450	.393	.20859	1.899

a. Predictors: (Constant), pib_peloc_05**3□, pib_peloc_05, pib_peloc_05**2

b. Dependent Variable: rata_fert_totale_05

Interpretare

Din tabela Durbin Watson se citesc cele două valori critice pentru un nivel de încredere de 0,05:

$d_L = 1,258;$

$d_U = 1,651.$

Conform regulii de decizie, valoarea calculată a testului (*1,899*) se află în regiunea *(d_u ; 4- d_u)*, deci erorile nu sunt autocorelate.

BCU IAȘI - CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Testul Runs

Acest test are la bază ideea că valorile variabilei reziduale se constituie în secvențe sau seturi de valori pozitive sau negative numite *runs*, care se succedă într-o anumită ordine sau aleator.

În SPSS, rezultatele testării autocorelării erorilor cu ajutorului Runs test sunt prezentate în tabelul 1.7.12.

Tabelul 1.7.12. *Rezultatul testului Runs*

Runs Test

	Error for rata_ fert_totale_05 with pib_ peloc_05 from CURVEFIT, M
Test Value [a]	-.01387
Cases < Test Value	16
Cases >= Test Value	17
Total Cases	33
Number of Runs	18
Z	.005
Asymp. Sig. (2-tailed)	.996

a. Median

Interpretare

Semnificația testului are valoarea 0,996, care este mai mare decât pragul de semnificație de 0,05. În consecință, se ia decizia de a accepta ipoteza nulă, adică erorile nu înregistrează fenomenul de autocorelare.

Bibliografie

1. Jaba, Elisabeta, Grama, Ana – *Analiza statistică cu SPSS sub Windows*, Editura Polirom, Iași, 2004
2. Jaba, Elisabeta, Jemna, Dănuț – *Econometrie,* Editura Sedcom Libris, Iași, 2006
3. Malthus, Thomas R. – *An Essay on Population.* London: J.M. Dent & Sons Ltd.; New York: E.P. Dutton & Co. Inc., 1952.

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

4. Micevska, M, Zak, P. – *What accounts for the emergence of malthusian fertility in transition economies?*, 2002, disponibil la http://www.demogr.mpg.de/Papers/workshops/020919_paper03.pdf
5. Strulik, H., Sikandar, S. – *Tracing the income–fertility nexus: Nonparametric Estimates for a Panel of Countries*, 2002, disponibil la http://www.economicsbulletin.com/2002/volume 15/EB-02O10001A.pdf

BCU IASI/CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

1.8. Legătura dintre producția industrială și investiția netă din industrie

1.8.1. Prezentarea problemei

Situația macroeconomică din România din ultimii ani se caracterizează prin creșterea PIB-ului. În structura PIB-ului, cea mai mare pondere o are activitatea industrială. Industriile cu cele mai mari creșteri fac parte din activitățile extractive, industria chimică, mobilă și mijloacele de transport.

Factorii care stau la baza creșterii economice pentru România în perioada 1990-2005 sunt creșterea consumului intern de mărfuri și servicii și a volumului investițiilor.

1.8.2. Definirea modelului econometric

Variabilele considerate în studiu sunt investițiile nete din industrie (X – *variabila independentă*) și producția industrială (Y – *variabila dependentă*) în România, în perioada 1990-2005. Datele sunt exprimate în milioane lei (RON) prețuri curente și sunt prezentate în Tabelul 1.8.1.

Tabelul 1.8.1. Evoluția investițiilor nete și a producției industriale în România, în perioada 1990-2005 (milioane RON)

Anul	Investiții nete în industrie	Producția industrială
1990	7,80	11,63
1991	17,13	27,68
1992	50,26	67,25
1993	141,08	180,89
1994	295,18	442,96
1995	540,24	603,33
1996	918,68	929,69
1997	1977,16	2173,40
1998	2756,81	2608,99

BCU IASI CENTRUL UNIVERSITY LIBRARY

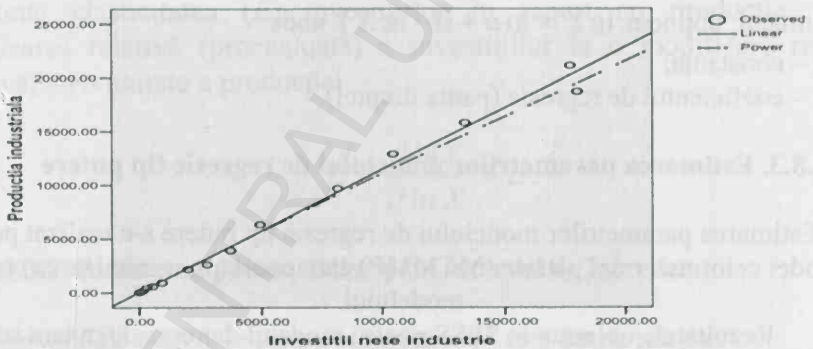
1999	3717,21	3928,776
2000	4939,40	6320,32
2001	8173,60	9664,45
2002	10463,40	12864,26
2003	13394,00	15783,63
2004	17992,40	18683,16
2005	17702,50	21108,19

Sursa: Anuarul Statistic al României 2005, INS, Bucureşti, 2006

Aproximarea unui model de regresie se poate realiza fie pe cale grafică, fie numeric.

Aproximarea pe cale grafică a modelului legăturii dintre cele două variabile se realizează cu ajutorul diagramei norul de puncte (*scatterplot*).

Figura 1.8.1. Legătura dintre investiţiile nete în industrie şi producţia industrială în România, în perioada 1990-2005



Din reprezentarea grafică (vezi Figura 1.8.1) se observă două modele de regresie posibile şi anume, modelul liniar şi modelul putere.

Pentru a aproxima pe cale numerică cel mai potrivit model de regresie, s-au estimat şi testat modelul liniar şi modelul putere.

BCU IAŞI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Tabelul 1.8.2. Rezultatele obținute în urma estimării și testării celor două modele

Dependent Variable: Productia industriala

Equation	Model Summary					Parameter Estimates	
	R Square	F	df1	df2	Sig.	Constant	b1
Linear	.992	1762.428	1	14	.000	41.989	1.140
Power	.998	6357.625	1	14	.000	1.603	.960

The independent variable is Investitii nete industrie.

Alegerea celui mai potrivit model de regresie se face pe baza valorii raportului de determinație R^2 (*R Square*). Se observă o valoare mai mare a lui R^2 pentru modelul putere (R^2=0,998) decât pentru modelul liniar (R^2=0,992). Ambele modele sunt semnificative statistic (Sig.=0,000).

Ecuația corespunzătoare modelului putere este: $Y_X = a \cdot X^b$ sau logaritmând, obținem $\ln Y = \ln a + (b \cdot \ln X)$ unde:

a – constanta;

b – coeficientul de regresie (panta dreptei).

1.8.3. Estimarea parametrilor modelului de regresie tip putere

Estimarea parametrilor modelului de regresie tip putere s-a realizat pe baza metodei celor mai mici pătrate (MCMMP) care constă în minimizarea erorilor modelului.

Rezultatele obținute în SPSS pentru modelul de regresie putere sunt prezentate în tabelele de mai jos.

1.8.3.1. Estimarea punctuală a parametrilor

Coeficienții de regresie estimați sunt prezentați în Tabelul 1.8.3:

$$a = 1{,}603$$

$$b = 0{,}960$$

BCU IASI CENTRALA UNIVERSITARA LIBRARY

Tabelul 1.8.3. *Coeficienții modelului de regresie tip putere (Coefficients)*

	Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
	B	Std. Error	Beta		
ln(Investitii nete industrie)	.960	.012	.999	79.735	.000
(Constant)	1.603	.143		11.204	.000

The dependent variable is ln(Productia industriala).

Pe baza estimațiilor obținute, modelul de regresie tip putere se scrie astfel:

$$Y = 1{,}603 \cdot X^{0{,}960} \text{ sau } \ln Y = \ln 1{,}603 + (0{,}960 \cdot \ln X).$$

Interpretare

Dacă investițiile nete în industrie cresc cu 1%, atunci producția industrială crește în medie cu 0,960%. Panta dreptei (parametrul β) reprezintă elasticitatea (E) investițiilor în raport cu producția, adică modificarea relativă (procentuală) a investițiilor la o modificare relativă (relativă) cu o unitate a producției.

$$\beta = \frac{d \ln Y}{d \ln X} = E.$$

1.8.3.2. Estimarea parametrilor prin interval de încredere

Intervalul de încredere pentru parametrul β este dat de relația:

$$b \pm t_{\alpha/2} \cdot s_{\hat{\beta}}$$

Valoarea coeficientului de regresie (b) și valoarea erorii medii de selecție ($s_{\hat{\beta}}$) sunt obținute în tabelul coeficienților (vezi Tabelul 1.8.3).

Valoarea $t_{\alpha/2;v}$ se citește din tabelul repartiției Student pentru riscul $\alpha/2 = 0{,}025$ și v grade de libertate unde $v = n - 2 = 15 - 2 = 13$. Astfel, citim $t_{0{,}025;13} = 2{,}160$.

Înlocuind cu valorile determinate mai sus, intervalul de încredere al coeficientului de regresie β devine:

BCU MS CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

$$b \pm t_{\alpha/2} \cdot s_{\hat{\beta}} = 0{,}960 \pm 2{,}160 \cdot 0{,}012 = 0{,}960 \pm 0{,}02 = (0{,}94;0{,}98)$$

Interpretare

Cu o încredere de 95%, putem afirma că valoarea parametrului de regresie β este cuprinsă în intervalul [0,94; 0,98].

1.8.4. Estimarea raportului de corelație și a raportului de determinație

1.8.4.1. Estimarea raportului de corelație

Raportul de corelație (R) exprimă intensitatea legăturii dintre cele două variabile analizate. Folosim datele din Tabelele 1.8.4 și 1.8.5 și obținem valoarea raportului de corelație:

$$\eta_{y_x} = \sqrt{\frac{\sigma^2_{y_x}}{\sigma^2_y}} = \sqrt{\frac{\text{RegressionSum of Squares}}{\text{Total Sum of Squares}}} = \sqrt{\frac{86{,}240}{86{,}429}} = \sqrt{0{,}998} = 0{,}999$$

Tabelul 1.8.4. *Raportul de corelație și raportul de determinație (Model Summary)*

R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
.999	.998	.998	.116

The independent variable is Investitii nete industrie.

Interpretare

Valoarea raportului de corelație (vezi Tabelul 1.8.4) indică o legătură foarte strânsă între investițiile nete în industrie și producția industrială în România, în perioada 1990-2005.

1.8.4.2. Estimarea raportului de determinație

Raportul de determinație (R^2 sau *R Square*) este egal cu 0,998 (vezi Tabelul 4), ceea ce arată că 99,8% din variația variabilei dependente (Producția industrială) este explicată prin modelul de regresie ales, prin variabila *investițiile nete în industrie.*

BCU ASE BIBLIOTECA UNIVERSITY LIBRARY

1.8.5. Testarea parametrilor și a modelului propus

1.8.5.1. Testarea parametrilor modelului

Testarea semnificației coeficienților de regresie se face cu ajutorul testului t (Student).

Ipotezele sunt:

H_0: $\beta=0$ (producția industrială nu este influențată semnificativ statistic de investițiile nete din industrie)

H_1: $\beta\neq0$ (producția industrială este influențată semnificativ statistic de investițiile nete din industrie)

Pe baza datelor prezentate în Tabelul 1.8.3, obținem valoarea testului t egală cu $t_{calculat}=\frac{b}{s_{\hat{\beta}}}=\frac{0{,}960}{0{,}012}=79{,}735$.

unde:

b – coeficientul de regresie (*Unstandardized Coefficient* β);

$s_{\hat{\beta}}$ – abaterea standard a estimatorului $\hat{\beta}$ (eroarea medie de selecție a coeficientului de regresie β – *Std. Error*). Relația de calcul pentru eroarea medie de selecție a coeficientului de regresie β este $s_{\hat{\beta}}=\frac{s_e^2}{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}$, unde

$s_e^2=\frac{\sum e_i^2}{n-2}$ reprezintă estimația varianței erorii.

Interpretare

Valoarea teoretică a statisticii t se citește din tabelul repartiției Student, pentru riscul $\alpha/2=0{,}025$ și v grade de libertate unde $v=n-2=15-2=13$, $t_{\alpha/2;v}=t_{0{,}025;13}=2{,}160$. Deoarece $t_{calculat}>t_{\alpha/2}$, se respinge ipoteza H_0.

De asemenea, putem lua decizia pe baza valorii Sig. corespunzătoare testului Student (vezi Tabelul 1.8.3). Valoarea Sig.=0,000 este mai mică decât valoarea riscului asumat (α=0,05), prin urmare se respinge ipoteza H_0, deci

BCU "MIHAI EMINESCU" CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

investiţiile nete din industrie influenţează semnificativ statistic producţia industrială.

1.8.5.2. Testarea modelului de regresie

Testarea modelului de regresie se face cu ajutorul testului F (Fisher).

Ipotezele sunt:

H_0: $\eta=0$ (legătura neliniară de tip putere dintre producţia industrială şi investiţiile nete din industrie nu este semnificativă statistic);

H_1: $\eta>0$ (legătura neliniară de tip putere dintre producţia industrială şi investiţiile nete din industrie este semnificativă statistic).

Pe baza valorilor calculate în tabelul ANOVA (vezi Tabelul 1.8.5), obţinem valoarea testului Fisher:

$$F_{calculat} = \frac{n-k}{k-1} \cdot \frac{\eta_{y_x}^2}{1-\eta_{y_x}^2} = \frac{14}{1} \cdot \frac{0,999}{1-0,999^2} = 6357,625 \text{ unde:}$$

η_{y_x} – raportul de corelaţie (R);

$n-k = v_1$ grade de libertate (*df- degree of freedom for Regression*)

$k-1 = v_2$ grade de libertate (*df - degree of freedom for Residual*)

Tabelul 1.8.5. *ANOVA pentru modelul de regresie ales (ANOVA)*

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Regression	86.240	1	86.240	6357.625	.000
Residual	.190	14	.014		
Total	86.429	15			

The independent variable is Investitii nete industrie.

Interpretare

Valoarea Sig. corespunzătoare testului F (Sig.=0,000) este mai mică decât valoarea riscului (α=0,05), prin urmare se decide să se respingă ipoteza H_0 şi deci legătura dintre investiţiile nete în industrie şi producţia industrială este semnificativă statistic.

BCU "CAROL I" UNIVERSITY LIBRARY

1.8.6. Testarea ipotezelor

În continuare se vor verifica ipotezele cu privire la variabila eroare ε a modelului de regresie:

- normalitatea erorilor;
- homoscedasticitatea erorilor;
- lipsa autocorelării erorilor.

1.8.6.1. Testarea ipotezei de normalitate a erorilor

Normalitatea erorilor se verifică prin testarea distribuției erorilor folosind testul Kolmogorov-Smirnov.

Ipotezele sunt:

H_0: erorile sunt distribuite normal ($\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$);

H_1: erorile nu sunt distribuite normal.

Tabelul 1.8.6. *Testul Kolmogorov-Smirnov (One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test)*

		Error for Productia_ind with Investitii_nete_ind
N		16
Normal Parameters(a,b)	Mean	222.4578643
	Std. Deviation	728.75457945
Most Extreme Differences	Absolute	.272
	Positive	.272
	Negative	-.098
Kolmogorov-Smirnov Z		1.089
Asymp. Sig. (2-tailed)		**.187**

a Test distribution is Normal.
b Calculated from data.

Interpretare

Valoarea Sig. corespunzătoare testului Kolmogorov-Smirnov (Sig.=0,187) este mai mare decât valoarea riscului (α=0,05), deci se acceptă ipoteza H_0, erorile au o distribuție normală.

BCU CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

1.8.6.2. Testarea ipotezei de homoscedasticitate

Ipoteza de homoscedasticitate se verifică cu ajutorul testului corelației neparametrice dintre variabila eroare (ε), obținută pentru modelul de regresie tip putere, considerată în valoare absolută, și variabila independentă din model (X). Testăm astfel semnificația coeficientului de corelație neparametrică Spearman (θ).

Coeficientul Spearman se calculează după relația:

$$\theta = 1 - \frac{6\sum_i d_i^2}{n(n^2-1)} \text{ unde:}$$

d_i – diferența dintre rangurile valorilor corelate ($d_i = R_{x_i} - R_{|\varepsilon_i|}$, unde $i = \overline{1,n}$);

n – numărul perechilor de valori (x_i, y_i).

Ipotezele sunt:

H_0: $\theta = 0$ (modelul este homoscedastic);

H_1: $\theta \neq 0$ (modelul este heteroscedastic).

Pentru testarea coeficientului de corelație Spearman folosim testul t. Pe baza rezultatelor obținute în SPSS pentru testarea semnificației coeficientului de corelație Spearman (Spearman's rho) din Tabelul 1.8.7 obținem următoarea valoare a testului t:

$$t_{calculat} = \frac{\theta\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-\theta^2}} = \frac{0{,}912\sqrt{16-2}}{\sqrt{1-0{,}912^2}} = 8{,}319$$

Tabelul 1.8.7. *Coeficientul de corelație neparametric (Correlations)*

			Investitii nete industrie	Error for Productia_ind with Investitii_nete_ind
Spearman's rho	Investitii nete industrie	Correlation Coefficient	1,000	,912
		Sig. (2-tailed)	.	,000

BCU IASI CENTRALA UNIVERSITARA LIBRARY

	N	16	16
Error for Productia_ind with Investitii_nete_ind	Correlation Coefficient	,912	1,000
	Sig. (2-tailed)	,000	.
	N	16	16

Interpretare

Deoarece valoarea semnificației corespunzătoare testului t (Sig.=0,000) este mai mare decât riscul asumat (α=0,05) se respinge ipoteza H_0, deci modelul nu este homoscedastic.

1.8.6.3. Testarea lipsei autocorelării erorilor

Ipoteza de necorelare a erorilor presupune lipsa unei corelații între erorile ε_i la nivelul distribuțiilor condiționate de forma $Y/X=x_i$, adică $\text{cov}(\varepsilon_i, \varepsilon_j) \neq 0$. Această ipoteză se verifică cu ajutorul testului Runs.

Ipotezele sunt:

H_0: erorile nu sunt autocorelate

H_1: erorile sunt autocorelate.

Testul t se exprimă prin relația:

$$t = \frac{k - M(k)}{\hat{\sigma}_k}$$

unde:

k – numărul de runs (seturi sau secvențe de valori pozitive sau negative care se succed);

$M(k)$ – media variabilei aletoare k;

σ_k – abaterea standard a variabilei aleatoare k.

Rezultatele obținute în SPSS pentru testarea autocorelării erorilor folosind testul Runs sunt prezentate în Tabelul 1.8.8.

Tabelul 1.8.8. *Testul Runs pentru testarea autocorelării erorilor (Runs Test)*

	Error for Productia_ind with Investitii_nete_ind
Test Value(a)	-.73435
Cases < Test Value	8

BCU IASI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Cases >= Test Value	8
Total Cases	16
Number of Runs	7
Z	-.776
Asymp. Sig. (2-tailed)	.438

a Median

Interpretare

Valoarea semnificației corespunzătoare testului t (Sig.=0,438) este mai mare decât valoarea riscului (α=0,05), prin urmare se acceptă ipoteza H_0, deci erorile nu sunt autocorelate.

Bibliografie

1. Berdot, J.P. – *Econometrie – Cours*, CNED, Poitiers, 2002
2. Gujarati, D.N. – *Basic Econometrics*, Third Edition, McGraw-Hill, 1995
3. Jaba, E., Jemna, D. – *Econometrie*, Editura Sedcom Libris, Iaşi, 2006
4. Jaba, E., Grama, A. – *Analiza statistică cu SPSS sub Windows*, Editura Polirom, Iaşi, 2004
5. Jaba, E. – *Statistica*, Editura Economică, Bucureşti, ediția a III-a, 2002
6. ***Anuarul Statistic al României 2005*, INS, Bucureşti, 2006

BCU IASI/CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

CAPITOLUL II

MODELE DE REGRESIE MULTIPLĂ

BCU IASI/CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

BCU IASI/CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

2.1. Legătura dintre valoarea adăugată brută din industrie şi factorii de producţie

2.1.1. Prezentarea problemei

Cea mai cunoscută funcţie de producţie este funcţia Cobb-Douglas. Aceasta exprimă o relaţie dintre output şi input. Modelul funcţiei de producţie poate fi aplicat fie la nivelul unei firme, fie la nivelul unei economii naţionale.

Pentru aplicarea acestui model, am urmat exemplul 14.7 din cartea Elisabetei Jaba, *Statistica* (Editura Economică, Bucureşti, ed. a 3-a, 2002, pp. 416-419), considerând date pentru anul 2002.

2.1.2 Definirea modelului

În studiu, considerăm următoarele variabile: valoarea adăugată brută din industrie Y (*variabila dependentă*), salariaţii din industrie X_1 şi fondurile fixe din industrie X_2 (*variabilele independente*).

Valorile variabilelor înregistrate sunt exprimate ca ponderi procentuale ale regiunilor de dezvoltare NUTS 2 faţă de total UE 27, în anul 2002. În Tabelul 2.1.13 (vezi Anexa) sunt prezentate datele pe regiuni NUTS 2.

În teoria economică se consideră că între variabilele admise în studiu există o legătură exprimată printr-un model de regresie redat printr-o funcţie de tip Cobb-Douglas:

$$y_{x_1 x_2} = a \cdot x_1^{b_1} \cdot x_2^{b_2}$$

care prin logaritmare devine:

$$\log y = \log a + b_1 \log x_1 + b_2 \log x_2$$

2.1.3. Estimarea parametrilor funcţiei tip Cobb-Douglas

2.1.3.1. Estimarea punctuală a parametrilor funcţiei tip Cobb-Douglas

Estimaţiile parametrilor ecuaţiei de regresie se află rezolvând următorul sistem de ecuaţii normale (prin metoda Gauss, metoda abaterilor de la medie sau metoda determinanţilor):

BCU "ASE" LIBRARY

$$\begin{cases} n \log a + b_1 \sum \log x_1 + b_2 \sum \log x_2 = \sum \log y \\ \log a \sum \log x_1 + b_1 \sum (\log x_1)^2 + b_2 \sum (\log x_1 \log x_2) = \sum (\log x_1 \log y) \\ \log a \sum \log x_2 + b_1 \sum (\log x_1 \log x_2) + b_2 \sum (\log x_2)^2 = \sum (\log x_2 \log y) \end{cases}$$

Calculele pentru determinarea sumelor au fost realizate în programul de calcul tabelar Excel. S-au obținut următoarele rezultate:

$$\sum \log x_1 = -137{,}967 \qquad \sum (\log x_1)^2 = 127{,}4858$$
$$\sum \log x_2 = -146{,}863 \qquad \sum (\log x_2)^2 = 144{,}318$$
$$\sum \log y = -149{,}088 \qquad \sum (\log x_1 \log x_2) = 130{,}9257$$
$$n = 243 \qquad \sum (\log x_1 \log y) = 132{,}7716$$
$$\sum (\log x_2 \log y) = 144{,}7004$$
$$\sum (\log y)^2 = 152{,}0574$$

Numărul cazurilor valide este egal cu n=243, doarece din totalul de 268 de regiuni NUTS2, există regiuni care au valori lipsă pentru unele dintre variabilele considerate în studiu.

Înlocuind în sistemul de ecuații valorile calculate, obținem:

$$\begin{cases} 243 \log a - 137{,}967\, b_1 - 146{,}863\, b_2 = -149{,}088 \\ -137{,}967 \log a + 127{,}4858\, b_1 + 130{,}9257\, b_2 = 132{,}7716 \\ -146{,}863 \log a + 130{,}9257\, b_1 + 144{,}318\, b_2 = 144{,}7004 \end{cases}$$

Prin rezolvarea sistemului rezultă următoarele estimații pentru parametrii ecuației de regresie multiplă:

$$\begin{cases} \log a = -0{,}01 \\ b_1 = 0{,}166 \\ b_2 = 0{,}841 \end{cases}$$

Prin aplicarea programului SPSS asupra datelor considerate obținem aceleași rezultate, prezentate în Tabelul 2.1.1.

BCU "ION CREANGĂ" UNIVERSITY LIBRARY

Tabelul 2.1.1. *Rezultatele estimării coeficienţilor funcţiei Cobb-Douglas (Coefficients)*

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients			95% Confidence Interval for B	
		B	Std. Error	Beta	t	Sig.	Lower Bound	Upper Bound
1	(Constant)	-,017	,018		-,962	,337	-,052	,018
	log_salariati	,166	,057	,150	2,891	,004	,053	,279
	log_fonduri_fixe	,841	,054	,805	15,563	,000	,734	,947

Dependent Variable: log_val_adaugata

Ecuaţia estimată a modelului de regresie tip putere este:

$\log Y = -0{,}017 + 0{,}166 \log X_1 + 0{,}841 \log X_2$, respectiv

$$Y = 1{,}04 \cdot X_1^{0{,}166} \cdot X_2^{0{,}841}.$$

2.1.3.2. Estimarea prin interval de încredere a parametrilor modelului de regresie

Intervalul de încredere pentru parametrul β_1 este dat de relaţia:

$b_1 \pm z_{\alpha/2} \cdot s_{\hat{\beta}_1}$

Valoarea coeficientului de regresie (b_1) şi valoarea erorii medii de selecţie ($s_{\hat{\beta}_1}$) sunt calculate prin programul SPSS şi sunt prezentate în tabelul coeficienţilor (vezi Tabelul 2.1.1): $b_1 = 0{,}166$, iar $s_{\hat{\beta}_1} = 0{,}057$.

Valoarea $z_{\alpha/2}$ se citeşte din tabelul repartiţiei Gauss-Laplace. Pentru $\alpha = 0{,}05$, citim valoarea $z_{0{,}025} = 1{,}96$.

Intervalul de încredere pentru β_1 este:

$b_1 \pm z_{\alpha/2} \cdot s_{\hat{\beta}_1} = 0{,}166 \pm 1{,}96 \cdot 0{,}057 = 0{,}166 \pm 0{,}113 = (0{,}053; 0{,}279)$

Interpretare

Cu o încredere de 95%, putem afirma că valoarea parametrului de regresie β_1 este acoperită de intervalul [0,053; 0,279].

BCU ASE CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Analog, putem afirma, cu o încredere de 95% că valoarea parametrului de regresie β_2 este acoperită de intervalul [0,734; 0,947]. Limitele intervalului de încredere sunt prezentate în Tabelul 2.1.1.

2.1.3.3. Testarea parametrilor modelului de regresie

Testarea semnificației coeficientului de regresie β_1 se face cu ajutorul testului z.

Ipotezele sunt:

H_0: $\beta_1=0$ (valoarea adăugată brută din industrie nu este influențată semnificativ statistic de salariații din industrie);

H_1: $\beta_1\neq 0$ (valoarea adăugată brută din industrie este influențată semnificativ statistic de salariații din industrie).

Pe baza datelor prezentate în Tabelul 2.1.1, obținem valoarea testului z egală cu $z_{calculat} = \frac{b_1}{s_{\hat{\beta}_1}} = \frac{0,166}{0,057} = 2,891$.

Interpretare

Valoarea calculată a statisticii z ($z_{calculat} = 2,891$) este mai mare decât valoarea teoretică ($z_{\alpha/2} = 1,96$) se respinge ipoteza H_0.

De asemenea, putem lua decizia pe baza valorii Sig. corespunzătoare statisticii test (vezi Tabelul 2.1.1). Valoarea Sig.=0,004 este mai mică decât valoarea riscului asumat (α=0,05), prin urmare se respinge ipoteza H_0 și, deci, cu o încredere de 95% putem afirma că valoarea adăugată brută din industrie este influențată semnificativ statistic de salariații din industrie.

Analog, putem afirma, cu o probabilitate de 95%, că valoarea adăugată brută din industrie este influențată semnificativ statistic și de mărimea fondurilor fixe din industrie. Valoarea statisticii test și valoarea semnificației Sig. pentru testarea coeficientului β_2 sunt prezentate în Tabelul 2.1.1.

BCU IAȘI - CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

2.1.4. Calculul raportului de corelaţie şi al raportului de determinaţie

2.1.4.1. Calculul raportului de corelaţie

Intensitatea corelaţiei dintre variabilele considerate în studiu se calculează cu ajutorul raportului corelaţiei multiple, după relaţia:

$$\eta_{\log y \log x_1 \log x_2} = \sqrt{\frac{\log a \sum \log y + b_1 \sum (\log x_1 \log y) + b_2 \sum (\log x_2 \log y) - \frac{1}{n}(\sum \log y)^2}{\sum (\log y)^2 - \frac{1}{n}(\sum \log y)^2}}$$

În SPSS, valoarea raportului de corelaţie se calculează considerând varianţa reziduală (*Residual Sum of Squares*) şi varianţa totală (*Corrected Sum of Squares*), după relaţia:

$$\eta_{\log y \log x_1 \log x_2} = \sqrt{1 - \frac{Residual\ Sum\ of\ Squares}{Total\ Sum\ of\ Squares}}$$

Se obţine astfel valoarea raportului de corelaţie multiplă $\eta_{\log y \log x_1 \log x_2} = \sqrt{1 - \frac{6{,}704}{60{,}587}} = \sqrt{0{,}8894} = 0{,}943$ (vezi Tabelul 2.1.8).

Valoarea raportului de corelaţie arată o legătură foarte strânsă între variabilele admise.

Tabelul 2.1.2. *ANOVA pentru modelul de regresie ales*

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	53,883	2	26,942	964,491	,000(a)
	Residual	6,704	240	,028		
	Total	60,587	242			

a Predictors: (Constant), log_fonduri_fixe, log_salariati
Dependent Variable: log_val_adaugata

BCU IAŞI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Modelul de regresie ales este semnificativ statistic deoarece valoarea Sig. corespunzătoare testului F (Sig. = 0,000) este mai mică decât valoarea riscului α = 0,05.

2.1.4.2. Coeficienții corelației parțiale

Coeficienții de corelație parțială se determină pe baza coeficienților de corelație simplă liniară Pearson, după relațiile:

$$r_{\log y \log x_1 . \log x_2} = \frac{r_{\log y \log x_1} - r_{\log y \log x_2} \cdot r_{\log x_1 \log x_2}}{\sqrt{(1 - r^2_{\log y \log x_2})(1 - r^2_{\log x_1 \log x_2})}}$$

$$r_{\log y \log x_2 . \log x_1} = \frac{r_{\log y \log x_2} - r_{\log y \log x_1} \cdot r_{\log x_1 \log x_2}}{\sqrt{(1 - r^2_{\log y \log x_1})(1 - r^2_{\log x_1 \log x_2})}},$$

unde:

$r_{\log y \log x_1}$ - coeficientul de corelație simplă liniară între Y și X_1

$r_{\log y \log x_2}$ - coeficientul de corelație simplă liniară între Y și X_2

$r_{\log x_1 \log x_2}$ - coeficientul de corelație simplă liniară între X_1 și X_2

Coeficientul de corelație simplă liniară Pearson între Y și X_1, de exemplu, se determină după relația:

$$r_{\log y \log x_1} = \frac{n \sum(\log x_1 \log y) - \sum \log x_1 \sum \log y}{\sqrt{[n \sum(\log x_1)^2 - (\sum \log x_1)^2][n \sum(\log y)^2 - (\sum \log y)^2]}}$$

Coeficienții de corelație simplă liniară între variabilele considerate au fost calculați în SPSS și s-au obținut rezultatele din tabelele de mai jos.

BCU IASI CENTRALA UNIVERSITARA LIBRARY

Tabelul 2.1.3. *Coeficientul de corelaţie Pearson dintre valoarea adăugată brută din industrie (Y) şi salariaţii din industrie (X_1) (Correlations)*

		log_val_adaugata	log_salariati
log_val_adaugata	Pearson Correlation	1	,834(**)
	Sig. (2-tailed)		,000
	N	268	258
log_salariati	Pearson Correlation	,834(**)	1
	Sig. (2-tailed)	,000	
	N	258	258

** *Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).*

Tabelul 2.1.4. *Coeficientul de corelaţie Pearson dintre valoarea adăugată brută din industrie (Y) şi valoarea fondurilor fixe (X_2) (Correlations)*

		log_val_adaugata	log_fonduri_fixe
log_val_adaugata	Pearson Correlation	1	,942(**)
	Sig. (2-tailed)		,000
	N	268	245
log_fonduri_fixe	Pearson Correlation	,942(**)	1
	Sig. (2-tailed)	,000	
	N	*245*	*245*

** *Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).*

BCU IASI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Tabelul 2.1.5. *Coeficientul de corelaţie Pearson dintre salariaţii din industrie (X_1) şi valoarea fondurilor fixe (X_2) (Correlations)*

		log_fonduri_fixe	log_salariati
log_fonduri_fixe	Pearson Correlation	1	,910(**)
	Sig. (2-tailed)		,000
	N	245	243
log_salariati	Pearson Correlation	,910(**)	1
	Sig. (2-tailed)	,000	
	N	243	258

** *Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).*

Am obţinut, deci, următoarele valori ale coeficienţilor de corelaţie simplă Pearson:

$$r_{\log y \log x_1} = 0{,}834,\ r_{\log y \log x_2} = 0{,}942 \text{ şi respectiv } r_{\log x_1 \log x_2} = 0{,}910$$

Înlocuind valorile coeficienţilor de corelaţie simplă Pearson în relaţiile de calcul ale coeficienţilor de corelaţie parţială obţinem următoarele valori:

$$r_{\log y \log x_1 . \log x_2} = \frac{r_{\log y \log x_1} - r_{\log y \log x_2} \cdot r_{\log x_1 \log x_2}}{\sqrt{(1 - r^2_{\log y \log x_2})(1 - r^2_{\log x_1 \log x_2})}} = 0{,}183$$

$$r_{\log y \log x_2 . \log x_1} = \frac{r_{\log y \log x_2} - r_{\log y \log x_1} \cdot r_{\log x_1 \log x_2}}{\sqrt{(1 - r^2_{\log y \log x_1})(1 - r^2_{\log x_1 \log x_2})}} = 0{,}709$$

Coeficienţii corelaţiei parţiale arată că legătura dintre Y şi X_2 este mai strânsă decât cea dintre Y şi X_1.

Coeficienţii de corelaţie parţială se obţin direct în SPSS (vezi tabelele următoare). Ambele legături sunt semnificative statistic, valoarea semnificaţiei Sig. este mai mică decât riscul asumat $\alpha = 0{,}05$.

BCU MIHAI EMINESCU CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Tabelul 2.1.6. *Coeficientul de corelaţie parţială dintre valoarea adăugată brută din industrie (Y) şi salariaţii din industrie (X_1) (Partial Correlations)*

Control Variables			log_salariati	log_val_adaugata
log_fonduri_fixe	log_salariati	Correlation	1,000	,183
		Significance (2-tailed)	.	,004
		df	0	240
	log_val_adaugata	Correlation	,183	1,000
		Significance (2-tailed)	,004	.
		df	240	0

Tabelul 2.1.7. *Coeficientul de corelaţie parţială dintre valoarea adăugată brută din industrie (Y) şi valoarea fondurilor fixe (X_2) (Partial Correlations)*

Control Variables			log_val_adaugata	log_fonduri_fixe
log_salariati	log_val_adaugata	Correlation	1,000	,709
		Significance (2-tailed)	.	,000
		df	0	240
	log_fonduri_fixe	Correlation	,709	1,000
		Significance (2-tailed)	,000	.
		df	240	0

2.1.4.3. Calculul raportului determinaţiei totale

Raportul determinaţiei totale se poate afla prin ridicarea la pătrat a raportului de corelaţie sau se determină pe baza componentelor varianţei din tabelul ANOVA (vezi Tabelul 2.1.2). Valoarea calculată a raportului de determinaţie (*R Square*) este prezentată în SPSS în tabelul *Model Summary* (vezi Tabelul 2.1.8).

$$D_{\log y \log x_1 \log x_2} = \eta^2_{\log y \log x_1 \log x_2} = (0{,}943)^2 = 0{,}889 \ (88{,}90\%).$$

BCU "SIGETIANA" CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Tabelul 2.1.8. *Raportul de corelaţie multiplă şi raportul de determinaţie (Model Summary)*

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate	Durbin-Watson
1	,943(a)	,889	,888	,16713	,749

a Predictors: (Constant), log_fonduri_fixe, log_salariati
Dependent Variable: log_val_adaugata

Coeficienţii determinaţiei parţiale se calculează prin descompunerea determinaţiei totale sau prin ridicarea la pătrat a coeficienţilor corelaţiei parţiale:

$$d_{\log y \log x_1 . \log x_2} = (0{,}183)^2 = 0{,}0335$$

$$d_{\log y \log x_2 . \log x_1} = (0{,}709)^2 = 0{,}5027 .$$

Prin urmare, 88,90% din variaţia ponderii valorii adăugate brute din industrie, pe regiuni ale UE 27, este datorată influenţei simultane a variaţiei ponderii salariaţilor din industrie şi a variaţiei ponderii formării brute de capital fix din industrie. Influenţa totală, descompusă pe cei doi factori, arată că ponderea formării brute de capital fix din industrie are o influenţă mai mare (50,27%) în comparaţie cu ponderea salariaţilor din industrie (3,35%).

2.1.5. Testarea ipotezelor

În continuare se vor verifica patru ipoteze, trei ipoteze cu privire la variabila eroare din modelul de regresie şi o ipoteză cu privire la variabilele independente.

Ipotezele cu privire la variabila eroare sunt:

- normalitatea erorilor;
- homoscedasticitatea erorilor;
- lipsa autocorelării erorilor.

Deoarece modelul de regresie considerat este un model de regresie multiplă vom testa şi ipoteza de necoliniaritate a variabilelor independente.

2.1.5.1. Testarea ipotezei de normalitate a erorilor

Normalitatea erorilor se verifică prin testarea distribuţiei erorilor folosind diferite metode grafice sau metode numerice. Aici aplicăm testul Kolmogorov-Smirnov.

Ipotezele sunt:

H_0: erorile sunt distribuite normal ($\varepsilon_i \sim N(0,\sigma^2)$)

H_1: erorile nu sunt distribuite normal

Tabelul 2.1.9. *Testul Kolmogorov-Smirnov (One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test)*

		Unstandardized Residual
N		243
Normal Parameters(a,b)	Mean	,0000000
	Std. Deviation	,16644095
Most Extreme Differences	Absolute	,077
	Positive	,054
	Negative	-,077
Kolmogorov-Smirnov Z		1,198
Asymp. Sig. (2-tailed)		,113

a Test distribution is Normal.
b Calculated from data.

Interpretare

Valoarea Sig. corespunzătoare testului Kolmogorov-Smirnov (Sig.=0,113) este mai mare decât riscul asumat (α=0,05) deci se acceptă ipoteza H_0, adică erorile au o distribuţie normală.

2.1.5.2. Testarea ipotezei de homoscedasticitate

Ipoteza de homoscedasticitate se verifică cu ajutorul testului corelaţiei neparametrice Spearman (θ) dintre variabila eroare (ε), considerată în valoare absolută, obţinută pentru modelul de regresie ales şi fiecare variabilă independentă (X) din model.

Coeficientul Spearman se calculează după relaţia:

$$\theta = 1 - \frac{6\sum_i d_i^2}{n(n^2-1)} \text{ unde:}$$

d_i – diferența dintre rangurile valorilor corelate ($d_i = R_{x_i} - R_{|\varepsilon_i|}$, unde $i = \overline{1,n}$);

n – numărul perechilor de valori (x_i, y_i)

Ipotezele sunt:

H_0: $\theta = 0$ (modelul este homoscedastic, adică erorile ε_i la nivelul distribuțiilor condiționate, $Y / X = x_i$, au varianță constantă: $V(\varepsilon_i) = \sigma^2$)

H_1: $\theta \neq 0$ (modelul este heteroscedastic)

Pentru testarea coeficientului de corelație Spearman folosim testul z. Pe baza rezultatelor obținute în SPSS pentru testarea semnificației coeficientului de corelație Spearman (*Spearman's rho*), prezentat în Tabelul 2.1.10, obținem următoarea valoare a testului z:

$$z_{calculat} = \frac{\theta\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-\theta^2}} = \frac{-0{,}025\sqrt{243-2}}{\sqrt{1-(-0{,}025)^2}} = -0{,}3882$$

Rezultatele obținute în SPSS pentru testarea semnificației coeficientului de corelație Spearman (Spearman's rho) sunt prezentate în tabelul de mai jos.

Tabelul 2.1.10. *Coeficientul de corelație neparametrică (Correlations)*

			log_salariati	Unstandardized Residual
Spearman's rho	log_salariati	Correlation Coefficient	1,000	-,025
		Sig. (2-tailed)	.	**,694**
		N	243	243
	Unstandardized Residual	Correlation Coefficient	-,025	1,000
		Sig. (2-tailed)	**,694**	.
		N	243	258

BCU IAȘI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Dacă valoarea calculată a statisticii test în mărime absolută este mai mare decât valoarea teoretică ($|z_{calculat}| > z_{\alpha/2}$) se respinge ipoteza H_0. Dacă valoarea calculată a statisticii test este mai mică decât valoarea teoretică ($|z_{calculat}| \leq z_{\alpha/2}$) se acceptă ipoteza H_0.

Interpretare

Valoarea calculată a statisticii test ($|z_{calculat}| = 0{,}3882$) este mai mică decât valoarea teoretică ($z_{\alpha/2} = 1{,}96$), deci se acceptă ipoteza H_0.

Considerând valoarea Sig. prezentată în Tabelul 2.1.10, observăm că valoarea semnificaţiei corespunzătoare testului (Sig.=0,694) este mai mare decât riscul asumat (α=0,05), prin urmare se acceptă ipoteza H_0, deci erorile ε_i la nivelul distribuţiilor condiţionate, $Y / X_1 = x_{1i}$, au varianţă constantă.

În mod analog procedăm pentru testarea coeficientului de corelaţie Spearman dintre variabila eroare ε şi variabila independentă X_2 (vezi Tabelul 2.1.11).

Tabelul 2.1.11. *Coeficientul de corelaţie neparametrică (Correlations)*

			log_fonduri_fixe	Unstandardized Residual
Spearman's rho	log_fonduri_fixe	Correlation Coefficient	1,000	-,195(**)
		Sig. (2-tailed)	.	**,002**
		N	243	243
	Unstandardized Residual	Correlation Coefficient	-,195(**)	1,000
		Sig. (2-tailed)	**,002**	.
		N	243	245

Interpretare

Valoarea semnificaţiei corespunzătoare testului (Sig.=0,002) este mai mică decât riscul asumat (α=0,05). Prin urmare, se respinge ipoteza H_0 şi se acceptă ipoteza alternativă H_1, deci erorile ε_i la nivelul distribuţiilor condiţionate, $Y / X_2 = x_{2i}$, nu au varianţă constantă.

BCU SIBIU CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

2.1.5.3. Testarea ipotezei de autocorelare a erorilor

Ipoteza de necorelare a erorilor o verificăm cu ajutorul testului Durbin-Watson.

Ipotezele sunt:

H_0: $\rho = 0$ (erorile nu sunt autocorelate, adică nu există corelație între erorile ε_i la nivelul distribuțiilor condiționate, $Y/X = x_i$, deci $cov(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0$)

H_1: $\rho \neq 0$ (erorile sunt autocorelate).

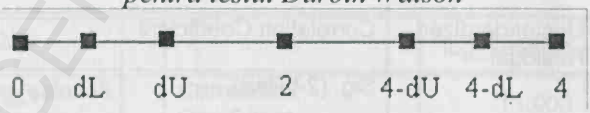
Testul Durbin Watson se exprimă prin relația:

$$DW = d = \frac{\sum_i (\hat{\varepsilon}_i - \hat{\varepsilon}_{i-1})^2}{\sum \hat{\varepsilon}_i^2}$$

Regiunile de acceptare și de respingere pentru testul Durbin-Watson sunt definite astfel (vezi Figura 2.1.1):

- (0; dL) și (4–dL; 4) sunt regiunile de respingere a ipotezei H_0, prin urmare erorile înregistrează o autocorelare pozitivă și respectiv negativă;
- (dL; dU) și (4–dU; 4–dL) sunt regiunele de nedeterminare, dacă valoarea statisticii DW cade în această regiune nu se poate decide asupra existenței autocorelării erorilor;
- (dU; 4–dU) este regiunea de acceptare a ipotezei H_0, prin urmare erorile nu sunt autocorelate.

Figura 2.1.1. Regiunile de acceptare și de respingere pentru testul Durbin Watson



Rezultatele obținute în SPSS pentru testarea autocorelării erorilor folosind testul DW sunt prezentate în Tabelul 2.1.8, unde citim valoarea testului egală cu $DW = 0{,}749$.

Valorile critice ale testului se citesc din tabelul repartiției Durbin-Watson pentru k=3 (numărul parametrilor din model), n=243 (volumul eșantionului) și un nivel de încredere egal cu 95%, adică: dL=1,643 și dU=1,704.

BCU MAIN CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Interpretare

Valoarea calculată a testului DW este cuprinsă în intervalul (0;dL), prin urmare se respinge ipoteza H_0, deci erorile sunt autocorelate pozitiv.

2.1.5.4. Testarea ipotezei de necoliniaritate a variabilelor independente

Ipoteza de necoliniaritate a variabilelor independente se verifică cu ajutorul indicatorilor *Tolerance* şi *VIF*.

Ipotezele sunt:

H_0: variabilele independente nu sunt coliniare;

H_1: variabilele independente sunt coliniare.

Indicatorul VIF (Variance Inflation Factor) este definit de relaţia:

$VIF = \frac{1}{(1-r^2)}$ unde r^2 este raportul de determinaţie pentru modelul de regresie auxiliar (modelul de regresie dintre variabilele independente).

Lipsa coliniarităţii dă o valoare VIF=1, iar prezenţa coliniarităţii determină o valoare mare a indicatorului. Dacă VIF are valori mai mari decât 10, există probleme de coliniaritate cu acea variabilă.

Indicatorul *Tolerance* se determină ca inversul indicatorului VIF, deci:

$$TOL = \frac{1}{VIF} = (1-r^2)$$

Dacă TOL = 0, există o coliniaritate perfectă, iar dacă valorile TOL sunt mai aproape de 1 rezultă că fenomenul de coliniaritate se manifestă.

Rezultatele obţinute în SPSS pentru testarea ipotezei de necoliniaritate a variabilelor independente sunt prezentate în Tabelul 2.1.12.

BCU IASI/OSTRAVA UNIVERSITY LIBRARY

Tabelul 2.1.12. *Coeficienţii de regresie şi elementele pentru testarea coliniarităţii variabilelor independente (Coefficients)*

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients			Collinearity Statistics	
		B	Std. Error	Beta	t	Sig.	Tolerance	VIF
1	(Constant)	-,017	,018		-,962	,337		
	log_salariati	,166	,057	,150	2,891	,004	,172	5,803
	log_fonduri_fixe	,841	,054	,805	15,563	,000	,172	5,803

Astfel, citim valoarea VIF = 5,803, şi valoarea pentru indicatorul Tolerance = 0,172.

Interpretare

Valoarea VIF este mare, de asemenea, valoarea TOL este apropiată de 0, prin urmare, am putea afirma că există o problemă de coliniaritate între variabilele independente.

Bibliografie

1. Berdot, J.P. – *Econometrie – Cours*, CNED, Poitiers, 2002
2. Gujarati, D.N. – *Basic Econometrics*, Third Edition, McGraw-Hill, 1995
3. Jaba, E. – *Statistica*, Editura Economică, Bucureşti, ediţia a III–a, 2002
4. Jaba, E., Jemna, D. – *Econometrie*, Editura Sedcom Libris, Iaşi, 2006
5. Jaba, E., Grama, A. – *Analiza statistică cu SPSS sub Windows*, Editura Polirom, Iaşi, 2004
6. *** Eurostat, la adresa http://epp.eurostat.ec.europa.eu/portal/, accesat la 10 septembrie 2007

BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

ANEXA

Tabelul 2.1.13. *Ponderi ale valorii adăugate brute din industrie (Y), fondurilor fixe din industrie (X_1) și salariaților din industrie (X_2), la nivelul regiunilor NUTS 2, față de total UE 27, în 2002*

Nr. crt.	Regiunea	Țara	Valoarea adăugată brută (%)	Formarea brută de capital fix (%)	Salariați (%)
1	Reg.Bruxelles	Belgia	,24	,21	,13
2	Antwerpen	Belgia	,61	,67	,37
3	Limburg	Belgia	,25	,25	,18
4	Oost-Vlaanderen	Belgia	,38	,50	,27
5	Vlaams Brabant	Belgia	,20	,20	,12
6	West-Vlaanderen	Belgia	,33	,36	,27
7	Brabant Wallon	Belgia	,08	,08	,05
8	Hainaut	Belgia	,21	,28	,17
9	Liege	Belgia	,21	,22	,15
10	Luxemburg	Belgia	,04	,04	,03
11	Namur	Belgia	,06	,10	,04
12	Danemarca	Danemarca	1,55	2,02	1,25
13	Stuttgart	Germania	1,94	1,57	1,61
14	Karlsruhe	Germania	1,10	,77	,87
15	Freiburg	Germania	,81	,68	,71
16	Tubingen	Germania	,73	,54	,63
17	Oberbayern	Germania	1,53	1,53	1,17
18	Niederbayern	Germania	,42	,50	,39
19	Oberpfalz	Germania	,38	,32	,37
20	Oberfranken	Germania	,38	,27	,40
21	Mittelfranken	Germania	,60	,41	,55
22	Unterfranken	Germania	,44	,30	,43
23	Schwaben	Germania	,69	,45	,59
24	Berlin	Germania	,56	,41	,48
25	Bradenburg_nordost	Germania	,19	,21	,21
26	Bradenburg_sudwest	Germania	,24	,26	,27
27	Bremen	Germania	,25	,19	,19
28	Hamburg	Germania	,57	,35	,35
29	Darmstad	Germania	1,17	,87	,89

BCU CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

30	Giessen	Germania	,31	,18	,29
31	Kassel	Germania	,38	,30	,34
32	Mecklenburg-Vorpommern	Germania	,23	,27	,29
33	Braunschweig	Germania	,62	,66	,50
34	Hannover	Germania	,56	,46	,49
35	Luneburg	Germania	,32	,24	,30
36	Weser-Ems	Germania	,68	,50	,62
37	Düsseldorf	Germania	1,55	1,09	1,31
38	Köln	Germania	1,20	1,15	,96
39	Münster	Germania	,64	,46	,62
40	Detmold	Germania	,69	,43	,68
41	Arnsberg	Germania	1,17	,87	1,09
42	Koblenz	Germania	,39	,30	,36
43	Trier	Germania	,12	,11	,12
44	Rheinhessen-Pfalz	Germania	,66	,71	,52
45	Saarland	Germania	,30	,39	,31
46	Chemnitz	Germania	,33	,36	,42
47	Dresden	Germania	,36	,62	,38
48	Leipzig	Germania	,18	,16	,22
49	Dessau	Germania	,10	,14	,11
50	Halle	Germania	,16	,17	,16
51	Magdeburg	Germania	,20	,26	,23
52	Schleswig-Holstein	Germania	,56	,40	,53
53	Thüringen	Germania	,48	,65	,60
54	Anatoliki Makedonia, Thraki	Grecia	,05	,08	,07
55	Kentriki Makedonia	Grecia	,17	,22	,28
56	Dytiki Makedonia	Grecia	,03	,04	,05
57	Thessalia	Grecia	,07	,09	,08
58	Ipeiros	Grecia	,02	,03	,04
59	Ionia Nisia	Grecia	,01	,01	,02
60	Dytiki Ellada	Grecia	,04	,06	,07
61	Sterea Ellada	Grecia	,13	,18	,10
62	Peloponnisos	Grecia	,07	,12	,07
63	Attiki	Grecia	,34	,52	,61
64	Voreio Aigaio	Grecia	,02	,01	,02
65	Notio Aigaio	Grecia	,01	,03	,04
66	Kriti	Grecia	,03	,04	,06

BUCHAREST ACADEMY OF ECONOMIC STUDIES UNIVERSITY LIBRARY

67	Galicia	Spania	,47	,42	,60
68	Asturias	Spania	,22	,22	,23
69	Cantabria	Spania	,12	,11	,14
70	Pais Vasco	Spania	,67	,83	,72
71	Navarra	Spania	,19	,31	,22
72	Rioja	Spania	,08	,09	,10
73	Aragon	Spania	,31	,43	,36
74	Madrid	Spania	1,15	1,19	1,22
75	Castilla-Leon	Spania	,48	,51	,57
76	Castilla-La Mancha	Spania	,30	,36	,40
77	Extremadura	Spania	,11	,12	,15
78	Cataluna	Spania	1,80	2,04	2,15
79	Comunidad Valenciana	Spania	,87	,99	1,26
80	Baleares	Spania	,12	,10	,18
81	Andalucia	Spania	,92	,83	1,15
82	Murcia	Spania	,20	,24	,26
83	Ceuta	Spania	,01	,00	,01
84	Melilla	Spania	,00	,00	,01
85	Canarias	Spania	,20	,19	,28
86	Ile de France	Franta	2,64	1,56	1,76
87	Champagne-Ardenne	Franta	,31	,29	,29
88	Picardie	Franta	,41	,40	,39
89	Haute-Normandie	Franta	,48	,48	,41
90	Centre	Franta	,59	,49	,54
91	Basse-Normandie	Franta	,29	,28	,29
92	Bourgogne	Franta	,35	,32	,34
93	Nord-Pas-de-Calais	Franta	,79	,74	,74
94	Lorraine	Franta	,50	,61	,48
95	Alsace	Franta	,49	,48	,44
96	Franche-Comte	Franta	,33	,31	,30
97	Pays de la Loire	Franta	,78	,66	,79
98	Bretagne	Franta	,56	,52	,57
99	Poitou-Charentes	Franta	,32	,29	,31
100	Aquitaine	Franta	,57	,54	,48
101	Midi-Pyrenees	Franta	,52	,34	,45
102	Limousin	Franta	,13	,30	,13
103	Rhone-Alpes	Franta	1,54	1,46	1,32
104	Auvergne	Franta	,28	,29	,28

BCU "LUCIAN BLAGA" CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

105	Languedoc-Roussillon	Franta	,30	,25	,26
106	Provence-Alpes-Cote d'Azur	Franta	,70	,61	,56
107	Corse	Franta	,03	,03	,03
108	Guadeloupe	Franta	,03	,04	,03
109	Martinique	Franta	,03	,04	,03
110	Guyane	Franta	,02	,01	,01
111	Reunion	Franta	,05	,04	,05
112	Border, Midlands and Western	Irlanda	,33	,26	,23
113	Southern and Eastern	Irlanda	1,78	1,31	,66
114	Piemonte	Italia	1,32	2,40	1,13
115	Valle Daosta	Italia	,03	,06	,02
116	Liguria	Italia	,25	,30	,19
117	Lombardia	Italia	3,59	5,21	2,75
118	Bolzano_Bozen	Italia	,12	,25	,10
119	Trentino-Alto Adige	Italia	,14	,27	,11
120	Veneto	Italia	1,66	2,80	1,41
121	Friuli-Venezia Giulia	Italia	,34	,59	,30
122	Emilia-Romagna	Italia	1,46	2,59	1,20
123	Toscana	Italia	,95	1,33	,78
124	Umbria	Italia	,21	,40	,19
125	Marche	Italia	,42	,64	,42
126	Lazio	Italia	,83	1,08	,62
127	Abruzzo	Italia	,30	,54	,29
128	Molise	Italia	,05	,09	,06
129	Campania	Italia	,65	1,01	,68
130	Puglia	Italia	,53	,89	,58
131	Basilicata	Italia	,10	,19	,11
132	Calabria	Italia	,19	,31	,18
133	Sicilia	Italia	,52	1,08	,45
134	Sardegna	Italia	,22	,43	,20
135	Luxembourg (Grand-Duchy)	Luxemburg	,17	.	,13
136	Groningen	Olanda	,31	,11	,10
137	Friesland	Olanda	,15	,10	,11
138	Drenthe	Olanda	,13	,07	,09
139	Overijssel	Olanda	,30	,22	,24
140	Gelderland	Olanda	,42	,35	,36

BCU "LUCIAN BLAGA" CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

141	Flevoland	Olanda	,05	,04	,04
142	Utrecht	Olanda	,23	,15	,17
143	Noord-Holland	Olanda	,50	,32	,35
144	Zuid-Holland	Olanda	,77	,65	,50
145	Zeeland	Olanda	,13	,17	,07
146	Noord-Brabant	Olanda	,80	,59	,57
147	Limburg	Olanda	,34	,32	,24
148	Burgenland	Austria	,06	,05	,05
149	Niederösterreich	Austria	,47	,34	,34
150	Wien	Austria	,39	,26	,28
151	Kärnten	Austria	,16	,11	,12
152	Steiermark	Austria	,38	,38	,30
153	Oberösterreich	Austria	,56	,54	,43
154	Salzburg	Austria	,16	,12	,12
155	Tirol	Austria	,21	,22	,16
156	Vorarlberg	Austria	,16	,13	,12
157	Norte	Portugalia	,52	,53	1,44
158	Centro	Portugalia	,03	,07	,07
159	Lisboa e Vale do Tejo	Portugalia	,31	,47	,72
160	Alentejo	Portugalia	,37	,39	,57
161	Algarve	Portugalia	,08	,17	,16
162	Acores	Portugalia	,02	,05	,04
163	Madeira	Portugalia	,02	,03	,05
164	Itä-Suomi	Finlanda	,14	,14	,12
165	Etelä-Suomi	Finlanda	,93	,59	,63
166	Länsi-Suomi	Finlanda	,47	,42	,36
167	Pohjois-Suomi	Finlanda	,21	,28	,14
168	Åland	Finlanda	,01	,01	,00
169	Stockholm	Suedia	,46	,47	,31
170	Östra Mellansver	Suedia	,46	,42	,37
171	Sydsverige	Suedia	,38	,38	,29
172	Norra Mellansverige	Suedia	,27	,28	,21
173	Mellersta Norrland	Suedia	,11	,12	,07
174	Övre Norrland	Suedia	,15	,18	,11
175	Smaaland Med Oarna	Suedia	,29	,29	,25
176	Västsverige	Suedia	,56	,79	,47
177	Tees Valley & Durham	UK	,28	,30	,23
178	Northumberland and	UK	,36	,25	,25

BCU CLUJ CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

	Tyne & Wear				
179	Cumbria	UK	,14	,31	,10
180	Cheshire	UK	,36	,35	,20
181	Greater Manchester	UK	,57	,31	,47
182	Lancashire	UK	,44	,22	,33
183	Merseyside	UK	,21	,16	,19
184	East Riding & North Lincolnshire	UK	,28	,25	,19
185	North Yorkshire	UK	,18	,14	,13
186	South Yorkshire	UK	,30	,12	,25
187	West Yorkshire	UK	,55	,36	,45
188	Derbyshire & Nottinghamshire	UK	,60	,35	,44
189	Leicestershire, Rutland & Northants	UK	,50	,35	,38
190	Lincolnshire	UK	,16	,11	,13
191	Herefordshire, Worcestershire & Warks	UK	,32	,20	,23
192	Shropshire & Staffordshire	UK	,41	,24	,34
193	West Midlands	UK	,73	,67	,63
194	East Anglia	UK	,54	,34	,41
195	Bedfordshire, Hertfordshire	UK	,43	,33	,28
196	Essex	UK	,36	,34	,26
197	Inner London	UK	,58	,34	,35
198	Outer London	UK	,83	,48	,47
199	Berkshire, Bucks & Oxfordshire	UK	,60	,58	,35
200	Surrey, East & West Sussex	UK	,51	,31	,32
201	Hampshire & Isle of Wight	UK	,40	,30	,29
202	Kent	UK	,38	,29	,24
203	Gloucestershire, Wiltshire & North Somerset	UK	,65	,54	,43
204	Dorset & Somerset	UK	,27	,16	,19
205	Cornwall & Isles of Scilly	UK	,08	,03	,07
206	Devon	UK	,21	,16	,17
207	West Wales & The Valleys	UK	,39	,23	,30
208	East Wales	UK	,30	,31	,22

BCU CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

209	North Eastern Scotland	UK	,21	,12	,14
210	Eastern Scotland	UK	,44	,58	,33
211	South Western Scotland	UK	,58	,45	,39
212	Highlands & Islands	UK	,07	,08	,06
213	Northern Ireland	UK	,39	,42	.
214	Praha	Cehia	,14	.	,23
215	Střední Cechy	Cehia	,14	.	,37
216	Jihozápad	Cehia	,13	.	,45
217	Severozápad	Cehia	,12	.	,39
218	Severovýchod	Cehia	,18	.	,60
219	Jihovýchod	Cehia	,17	.	,56
220	Střední Morava	Cehia	,13	.	,48
221	Moravskoslezsko	Cehia	,13	.	,45
222	Közép-Magyarország	Ungaria	,27	,33	,64
223	Közép-Dunántúl	Ungaria	,11	,20	,38
224	Nyugat-Dunántúl	Ungaria	,11	,16	,37
225	Dél-Dunántúl	Ungaria	,06	,09	,22
226	Észak-Magyarország	Ungaria	,08	,14	,30
227	Észak-Alföld	Ungaria	,08	,10	,33
228	Dél-Alföld	Ungaria	,07	,08	,31
229	Lódzkie	Polonia	,15	,20	,51
230	Mazowieckie	Polonia	,37	,54	,86
231	Malopolskie	Polonia	,16	,26	,53
232	Slaskie	Polonia	,39	,54	1,19
233	Lubelskie	Polonia	,07	,10	,26
234	Podkarpackie	Polonia	,09	,14	,36
235	Swietokrzyskie	Polonia	,06	,10	,20
236	Podlaskie	Polonia	,05	,06	,14
237	Wielkopolskie	Polonia	,22	,41	,74
238	Zachodniopomorskie	Polonia	,08	,11	,27
239	Lubuskie	Polonia	,05	,09	,17
240	Dolnoslaskie	Polonia	,19	,35	,55
241	Opolskie	Polonia	,06	,07	,18
242	Kujawsko-Pomorskie	Polonia	,11	,19	,38
243	Warminsko-Mazurskie	Polonia	,06	,08	,21
244	Pomorskie	Polonia	,13	,18	,40
245	Nord_Vest	Romania	,08	.	.

BCU "LUCIAN BLAGA" UNIVERSITY LIBRARY

246	Centru	Romania	,11	.	.
247	Nord_Est	Romania	,08	.	.
248	Sud_Est	Romania	,08	.	.
249	Sud	Romania	,09	.	.
250	Bucuresti	Romania	,12	.	.
251	Sud_Vest	Romania	,07	.	.
252	Vest	Romania	,07	.	.
253	Slovenia	Slovenia	,31	,36	,67
254	Bratislavský kraj	Slovacia	,06	,08	,17
255	Západné Slovensko	Slovacia	,14	,28	,53
256	Stredné Slovensko	Slovacia	,07	,17	,34
257	Východné Slovensko	Slovacia	,07	,17	,32
258	Malta	Malta	,04	,05	.
259	Severozapaden	Bulgaria	,02	.	,19
260	Severen tsentralen	Bulgaria	,02	.	,22
261	Severoiztochen	Bulgaria	,02	.	,17
262	Yugoiztochen	Bulgaria	,03	.	,24
263	Yugozapaden	Bulgaria	,07	.	,49
264	Yuzhen tsentralen	Bulgaria	,02	.	,32
265	Cipru	Cipru	,08	,07	,11
266	Letonia	Letonia	,09	,18	,49
267	Lituania	Lituania	,17	,23	,80
268	Estonia	Estonia	,08	,20	,37

Sursa: Eurostat

BCU IASI/CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

2.2. Legătura dintre producția agricolă și factorii de influență

Modelarea econometrică a producției agricole se poate realiza cu ajutorul unui model de regresie de tip funcție de producție, adică a unui model neliniar multiplu.

2.2.1. Prezentarea problemei

În condițiile pieței europene, producția agricolă este un subiect de interes pentru un spectru larg de specialiști, de la economiști și ingineri, până la politicieni și oameni de afaceri.

Pentru a explica modul în care apare rezultatul activității de producție în agricultură, se poate utiliza funcția de producție. Funcția arată legătura dintre rezultate (producția agricolă în ansamblu sau producția vegetală, producția animală) și factorii determinanți (suprafața cultivată, forța de muncă, capitalul fix, investițiile, inovarea etc.).

În agricultură, factorii de producție sunt numeroși și depind de specificitatea ramurii agricole. Influența factorilor este în general neliniară și admite o modelare după ecuația cunoscută sub numele de funcția Cobb-Douglas.

Din teoria economică, se desprind cei mai importanți factori ai producției agricole:

- pământul, care este un factor specific și cu importanță determinantă pentru producția agricolă. Pământul poate fi considerat în analiza econometrică pe categorii de terenuri sau în general ca teren arabil sau ca suprafață agricolă totală;
- munca sau forța de muncă a omului, care deține un rol important ca potențial de producție. Acest factor poate fi comensurat ca populație activă în agricultură, populație agricolă, populație ocupată în agricultură sau număr mediu de salariați în agricultură.
- capitalul, definit ca mijloace fixe, utilaje și echipamente utilizate în activitatea agricolă.

BCU "LUCIAN BLAGA" UNIVERSITY LIBRARY

2.2.2. Definirea modelului

Pentru analiza producției agricole din România, în anul 2005, utilizăm o funcției de producție. Modelul are următoarea formă:

$$Y = \alpha X_1^{\beta_1} X_2^{\beta_2} e^{\varepsilon}$$

Variabilele din ecuație sunt:

- variabila dependentă:

Y - producția agricolă (RON);

- variabile independente:

X_1, numărul mediu de salariați din agricultură (persoane);

X_2, suprafața agricolă (ha).

- variabila reziduală:

ε este o variabilă aleatoare numită și eroare;

Parametrii ecuației de regresie sunt:

α - coeficient de regresie care arată valoarea medie a variabilei dependente Y când $X_1 = X_2 = 1$;

β_1, β_2 – elasticități ale producției sau output-ului în raport cu fiecare factor sau input.

Elasticitatea E este dată prin relația:

$$E = \frac{\%\, mod\, if.\, Y}{\%\, mod\, if.\, X} = \frac{\frac{\Delta Y}{Y} 100}{\frac{\Delta X}{X} 100} = \frac{\Delta Y}{\Delta X} \frac{X}{Y}, \text{ iar prin aproximare,}$$

$$E = \frac{dY}{dX} \frac{X}{Y} = \frac{d \ln Y}{d \ln X}.$$

2.2.2.1. Datele statistice

Modelul producției agricole este construit pe baza datelor oferite de statistica oficială a României, pentru anul 2005. Datele statistice, prezentate în Tabelul 2.2.1, se referă la producția agricolă, suprafața agricolă și numărul mediu de salariați în agricultură, pe județele României, în anul 2005.

BCU "ION CREANGĂ" UNIVERSITY LIBRARY

Tabelul 2.2.1. *Producția agricolă, numărul mediu de salariați în agricultură și suprafața agricolă, în România, pe județe, în anul 2005*

Județul	Prod. agricolă (RON)	Nr. med. de sal. în agric. (pers.)	Supraf. Agricolă (ha)
Bacău	1480344	3548	320601
Botoșani	1343771	1340	393468
Iași	1618430	5040	381396
Neamț	1183791	3655	284033
Suceava	1759519	3345	349762
Vaslui	1025018	3357	401507
Brăila	1251084	4341	388428
Buzău	1219862	4983	402168
Constanța	1424008	6127	563944
Galați	1398189	2452	358645
Tulcea	746567	3209	364015
Vrancea	940470	3469	255647
Argeș	1305259	3574	344879
Călărași	1075564	5292	426696
Dâmbovița	1504606	2057	249234
Giurgiu	897676	3070	277965
Ialomița	1003593	5522	374401
Prahova	1010938	5235	275481
Teleorman	1191834	5682	499844
Dolj	1548999	3199	585699
Gorj	875394	1361	243740
Mehedinți	682608	1367	294082
Olt	1171641	3040	437165
Vâlcea	831170	1686	245920
Arad	1329526	4810	511475
Caraș-Severin	985274	2288	398083
Hunedoara	801996	2705	280343
Timiș	1711445	6181	701225
Bihor	1574790	3106	497167
Bistrița-Năsăud	935497	1590	296567
Cluj	1591116	2435	424453
Maramureș	1044507	1971	311155
Satu Mare	1021704	2540	317477
Sălaj	647082	927	240661
Alba	1086935	4340	330771
Brașov	899623	3967	297213

BCU CLUJ CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Covasna	697961	2033	186289
Harghita	686346	1715	394324
Mureş	1396332	3197	414451
Sibiu	876975	1994	306192
Ilfov	663943	3177	110184

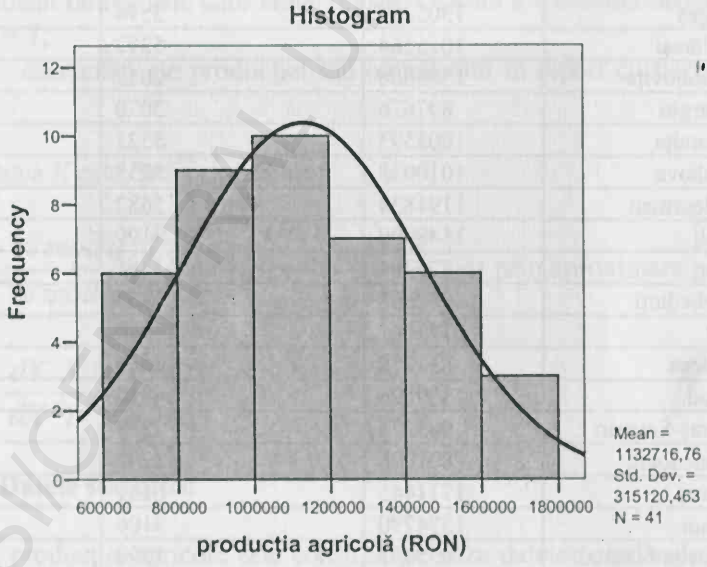
Sursa: Anuarul Statistic al României, 2006

Prezentarea descriptivă a seriilor de date

Înainte de a construi modelul econometric, este important să se realizeze o analiză descriptivă a fiecărei variabile pentru a studia caracteristicile fiecărei repartiţii. În cazul existenţei unor valori aberante din punct de vedere statistic, acestea vor fi eliminate din analiză.

a. Producţia agricolă

Figura 2.2.1. *Repartiţia judeţelor după producţia agricolă*



BCU IASI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Statistics

producția agricolă (RON)

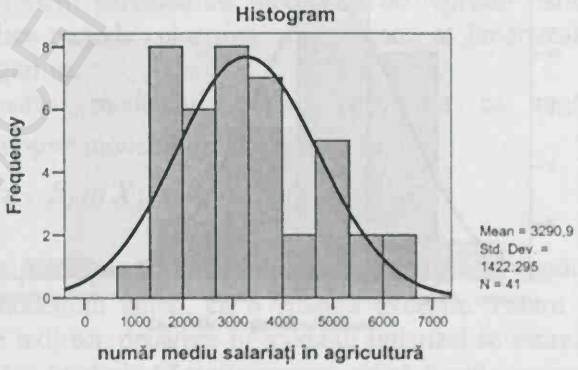
N	Valid	41
	Missing	0
Mean		1132716,76
Median		1075564,00
Mode		647082[a]
Std. Deviation		315120,463
Variance		99300906314,039
Skewness		,255
Std. Error of Skewness		,369
Kurtosis		-,966
Std. Error of Kurtosis		,724
Range		1112437
Minimum		647082
Maximum		1759519
Sum		46441387
Percentiles	25	887325,50
	50	1075564,00
	75	1397260,50

a. Multiple modes exist. The smallest value is shown

Rezultatele analizei descriptive pentru variabila dependentă ne indică o repartiție ușor asimetrică spre dreapta, platicurtică. Cu un coeficient de variație de 0,27, putem concluziona că populația județelor este relativ omogenă în raport cu producția agricolă. Nu se înregistrează valori aberante în seria de date statistice.

b. Numărul mediu de salariați în agricultură

Figura 2.2.2. *Repartiția județelor după numărul mediu de salariați din agricultură*



BCU IASI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Statistics

număr mediu salariați în agricultură

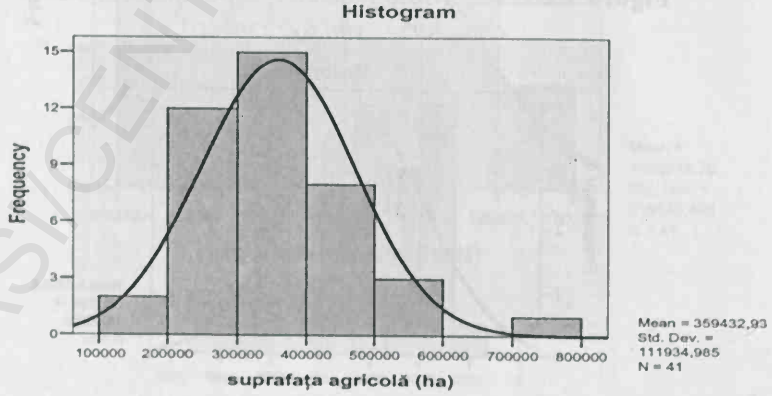
N	Valid	41
	Missing	0
Mean		3290,90
Median		3197,00
Mode		927[a]
Std. Deviation		1422,295
Variance		2022923,040
Skewness		,405
Std. Error of Skewness		,369
Kurtosis		-,716
Std. Error of Kurtosis		,724
Range		5254
Minimum		927
Maximum		6181
Sum		134927
Percentiles	25	2045,00
	50	3197,00
	75	4340,50

a. Multiple modes exist. The smallest value is shown

Așa cum se observă din rezultatele de mai sus, repartiția județelor după numărul mediu de salariați din agricultură înregistrează o ușoară asimetrie la dreapta și o ușoară aplatizare. Media repartiției este slab reprezentativă, coeficientul de variație fiind de 0,43. Nici pentru această repartiție nu se observă valori aberante.

c. Suprafața agricolă

Figura 2.2.3. *Repartiția județelor după suprafața agricolă*



BCU IAȘI/CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Statistics

suprafața agricolă (ha)

N	Valid	41
	Missing	0
Mean		359432,93
Median		349762,00
Mode		110184[a]
Std. Deviation		111934,985
Variance		12529440878,470
Skewness		,739
Std. Error of Skewness		,369
Kurtosis		1,423
Std. Error of Kurtosis		,724
Range		591041
Minimum		110184
Maximum		701225
Sum		14736750
Percentiles	25	282188,00
	50	349762,00
	75	408309,50

a. Multiple modes exist. The smallest value is shown

Repartiția județelor României după suprafața agricolă înregistrează o ușoară boltire și o asimetrie la dreapta, iar media populației este relativ omogenă, la un coeficient de variație de 0,31. Seria de date nu conține valori aberante care să fie eliminate din cercetare.

2.2.3. Estimarea parametrilor modelului

2.2.3.1. Estimare punctuală

În vederea estimării parametrilor modelului de regresie multiplă neliniară, pentru a putea aplica metoda celor mai mici pătrate, se liniarizează modelul cu ajutorul funcției logaritm.

Prin logaritmarea modelului inițial, care are ca regresie ecuația: $Y = \alpha X_1^{\beta_1} X_2^{\beta_2}$, se obține modelul liniarizat de forma:

$$\ln Y = \ln \alpha + \beta_1 \ln X_1 + \beta_2 \ln X_2 + \varepsilon$$

Estimarea parametrilor modelului liniarizat multiplu ne va conduce la estimații ale parametrilor modelului inițial, cu o singură excepție. Pentru parametrul α, estimația se obține indirect, deoarece în modelul liniarizat se estimează o valoare pentru parametrul $\ln\alpha$. Aplicând funcția inversă, adică funcția exponențială, valorii estimate în modelul liniarizat se obține o estimație pentru parametrul α

Pentru datele disponibile la nivelul României, pe județe, în anul 2006, în SPSS s-au obținut estimațiile punctuale ale modelului liniarizat. Rezultatele sunt prezentate în Tabelul 2.2.2.

Tabelul 2.2.2. *Estimațiile punctuale ale parametrilor modelului liniarizat*

Coefficients[a]

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	6.758	1.325		5.102	.000
	lnsuprafagric	.471	.116	.540	4.072	.000
	lnsalaragric	.143	.080	.236	1.781	.083

a. Dependent Variable: lnprodagric

În tabelul de mai sus se prezintă parametrii modelului, cele două elasticități și constanta.

Elasticitatea producției agricole în raport cu munca este $b_1 = 0,143$. Estimația arată că la o creștere cu un procent a numărului de salariați din agricultură, producția agricolă crește în medie cu 0,143 la sută, în condițiile în care influența factorului capital este considerată constantă;

Elasticitatea producției agricole în raport cu factorul capital este $b_2 = 0,471$. Valoarea arată că la o creștere cu un procent a suprafeței agricole, producția agricolă crește în medie cu 0,471 la sută, în condițiile în care influența factorului muncă este considerată constantă.

Pentru constantă se obține estimația $lna = 6,758$. Estimația a pentru parametrul α este: $a = e^{6,758} = 858,6$, adică valoarea producției agricole medii estimate pe județ este de 858,6 RON, la un input de 1 ha suprafață agricolă și de 1 salariat.

Pe baza rezultatelor din tabelul de mai sus, se poate scrie ecuația estimată a modelului producției agricole:

$$Y = a_1 X_1^{b_1} X_2^{b_2} = 858,6 X_1^{0,143} X_2^{0,471}, \text{ unde}$$

- X_1 este numărul mediu de salariați din agricultură;
- X_2 reprezintă suprafața agricolă.

2.2.3.2. Estimare prin interval de încredere

Estimarea prin interval de încredere a elasticități se bazează pe distribuțiile de selecție ale estimatorilor $\hat{\beta}_i$, care urmează o lege de repartiție normală.

În estimare, se utilizează statisticile Student de forma:

$$\frac{\hat{\beta}_i - \beta_i}{\hat{\sigma}_{\hat{\beta}_i}} \sim t(n-k).$$

Intervalele de încredere pentru parametrii β_i sunt date de relațiile:

$$b_i \pm t_{\alpha/2} \cdot s_{\hat{\beta}_i}, i = \overline{1,2}$$

În SPSS, pentru intervalele de încredere ale parametrilor s-au obținut rezultatele prezentate în Tabelul 2.2.3.

Tabelul 2.2.3. *Intervalele de încredere ale elasticităților modelului funcției de producție*

Coefficients[a]

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	95% Confidence Interval for B	
		B	Std. Error	Beta	Lower Bound	Upper Bound
1	(Constant)	6.758	1.325		4.077	9.440
	Insuprafagric	.471	.116	.540	.237	.705
	Insalaragric	.143	.080	.236	-.020	.306

a. Dependent Variable: Inprodagric

Interpretare

Cu o probabilitate de 0,95, fiecare elasticitate a producției agricole, ca parametru al modelului, este acoperită de intervalul corespunzător:

β_1: *(0,237 ; 0,705);*

β_2: *(-0,02 ; 0,306);*

Observație

Așa cum o arată rezultatele din Tabelul 2.2.3, intervalul de încredere pentru parametrul β_2 conține cifra zero, ceea ce sugerează alegerea unui nivel de încredere mai mare (de exemplu de 90%), fapt care va micșora lungimea intervalului.

2.2.4. Testarea parametrilor și a modelului propus

2.2.4.1. Testarea parametrilor modelului

Pentru testarea parametrilor se utilizează procedeul clasic de testare, cu ajutorul testului Student.

Vor fi exemplificate etapele testării pentru parametrul β_1.

BCU IASI - CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Etapele testării

1. Formularea ipotezelor. Testarea semnificației elasticității producției în raport cu suprafața agricolă pleacă de la formularea următoarelor ipoteze:

$H_0 : \beta_1 = 0$ - producția agricolă nu este influențată semnificativ de factorul suprafață agricolă;

$H_1 : \beta_1 \neq 0$ - producția agricolă este influențată semnificativ de factorul suprafață agricolă.

2. Alegerea testului. Pentru testarea semnificației coeficientului de regresie β_1 se folosește statistica Student, definită de raportul:

$$t = \frac{\hat{\beta}_1 - \beta_1}{\hat{\sigma}_{\hat{\beta}_1}}$$

În condițiile acceptării ipotezei H_0, statistica devine: $t = \frac{\hat{\beta}_i}{\hat{\sigma}_{\hat{\beta}_i}}$ și este o statistică ce urmează o lege de repartiție *Student* de *(n-3)* grade de libertate.

3. Valoarea teoretică a testului. Din tabela Student, se citește valoarea teoretică $t_{\alpha/2;n-3} = t_{0,025;38} = 2,02$, pentru un prag de semnificație de 0,05.

4. Valoarea calculată a testului. La nivelul unui eșantion observat, valoarea calculată a testului este:

$$t_{calc} = \frac{b_1}{s_{\hat{\beta}_1}} = \frac{0,471}{0,116} = 4,072 .$$

5. Decizia. Pentru un prag de semnificație de 0,05, se compară valoarea teoretică a testului cu valoarea calculată la nivelul eșantionului observat.

Deoarece valoarea calculată a testului Student este mai mare decât valoarea tabelară, se ia decizia de a respinge ipoteza nulă cu o probabilitate de 0,95.

Prin compararea semnificației testului (*Sig t*) cu pragul de semnificație ales, se ajunge la aceeași decizie cu privire ipoteza nulă (vezi Tabelul 2.2.4): *Sigt = 0,000 < 0,05,* deci se ia decizia de a respinge ipoteza nulă pentru parametrul β_1.

BCU IAȘI - TRADITIA UNIVERSITY LIBRARY

Observație

Coeficientul asociat variabilei număr mediu de salariați nu este semnificativ pentru pragul de semnificație de 0,05, ci doar pentru un prag de semnificație de 0,1 sau pentru o probabilitate de 0,9.

Astfel, pentru parametrul β_2 *Sig t > 0,05,* deci se acceptă ipoteza nulă, cu o probabilitate de 0,95. Pentru un prag de semnificație 0,1 însă, se respinge ipoteza nulă, iar parametrul β_2 este semnificativ statistic.

Tabelul 2.2.4. *Testarea parametrilor modelului producției agricole*

Coefficients[a]

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	6.758	1.325		5.102	.000
	Insuprafagric	.471	.116	.540	4.072	.000
	Insalaragric	.143	.080	.236	1.781	.083

a. Dependent Variable: Inprodagric

2.2.4.2. Testarea modelului de regresie

Testarea modelului de regresie liniară multiplă se realizează cu ajutorul testului *F*, conform următorului demers:

1. Formularea ipotezelor

$H_0 : \ln\alpha = \beta_1 = \beta_2 = 0$ – modelul de regresie liniarizat nu este semnificativ sau nu explică dependența dintre variabile;

H_1 : nu toți coeficienții sunt simultan zero – modelul este semnificativ statistic.

2. Alegerea testului. Pentru testarea modelului se utilizează statistica Fisher. Pentru două variabile independente ($k = 3$), statistica este:

$$F = \frac{\hat{\eta}^2}{1-\hat{\eta}^2}\frac{n-k}{k-1} = \frac{\hat{\eta}^2}{1-\hat{\eta}^2}\cdot\frac{n-4}{3} \sim F(2,n-3).$$

3. Valoarea teoretică a testului. Din tabela Fisher se citește valoarea teoretică $F_{\alpha,(2,n-3)} = F_{0,05;2;38} = 3,23$.

BCU IASI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

4. Valoarea calculată a testului. La nivelul eşantionului se determină o valoare calculată a statisticii Fisher $F_{calc.} = \frac{R^2}{1-R^2} \cdot \frac{n-3}{2}$.

Estimaţia pentru coeficientul de determinaţie, calculată în SPSS, se prezintă în tabelul de mai jos.

Tabelul 2.2.5. *Estimaţia coeficientului de determinaţie*

Model Summary

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	.678[a]	.459	.431	.21534

a. Predictors: (Constant), Insalaragric, Insuprafagric

Utilizând rezultatul din Tabelul 2.2.5 se poate obţine valoarea calculată a testului Fisher astfel :

$$F_{calc.} = \frac{R^2}{1-R^2} \cdot \frac{n-3}{2} = \frac{0,459}{1-0,459} \frac{41-3}{2} = 16,1.$$

5. Decizia. Pentru un prag de semnificaţie de 0,05, se observă că valoarea calculată a testului este mai mare decât valoarea teoretică, $F_{calc.} > F_{\alpha(2,n-3)}$, adică se ia decizia de a respinge ipoteza nulă, cu o probabilitate de 0,95.

În SPSS, testul Fisher se realizează pe baza procedeului de descompunere a varianţei variabilei dependente în cele două componente: variaţia explicată, dată de modelul de regresie, şi variaţia reziduală. Tabelul ANOVA, redat în Tabelul 2.2.6, prezintă estimaţiile celor două componente ale variaţiei, gradele de libertate corespunzătoare, estimaţiile varianţelor explicată şi reziduală, valoarea calculată a raportului Fisher şi semnificaţia testului.

Observaţie

Producţia agricolă este explicată în proporţie de 45,9% de factorii consideraţi, pe baza legăturii neliniare de tipul funcţiei de producţie.

BCU IASI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Tabelul 2.2.6. *Tabelul ANOVA*

ANOVA[b]

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	1.497	2	.748	16.140	.000[a]
	Residual	1.762	38	.046		
	Total	3.259	40			

a. Predictors: (Constant), Insalaragric, Insuprafagric

b. Dependent Variable: Inprodagric

Interpretare rezultate

Valoarea **Sig.** pentru testul **F** este mai mică decât 0,05, adică modelul construit explică dependența dintre variabile printr-o legătură de tip liniar, conform cu modelul liniarizat, care este considerată semnificativă. Decizia este echivalentă cu a spune că modelul funcției de producție explică dependența dintre producția agricolă și factorii *număr mediu de salariați* și *suprafața agricolă.*

2.2.5. Testarea ipotezelor clasice ale modelului de regresie

Pentru ca un model de regresie să fie valid din punct de vedere econometric, acesta trebuie să respecte un set de condiții numite ipoteze clasice. Ipotezele se referă la componenta aleatoare a modelului și la variabilele independente, care sunt nestochastice.

Pentru modelul funcție de producție liniarizat, vom testa dacă sunt îndeplinite următoarele ipoteze: normalitatea erorilor, homoscedasticitatea, autocorelarea erorilor și coliniaritatea variabilelor independente.

2.2.5.1. Testarea ipotezei de normalitate a erorilor

Ipoteza de normalitate a erorilor este importantă pentru stabilirea proprietăților estimatorilor parametrilor modelului de regresie. Dacă este respectată ipoteza de normalitate a erorilor, $\varepsilon_i \sim N(0,\sigma^2)$, estimatorii parametrilor modelului urmează o lege normală.

BCU IAȘI CENTRALA UNIVERSITARĂ LIBRARY

Observație

Înainte de a testa ipoteza de normalitate, este important să se testeze dacă media erorilor este zero sau nu. În caz contrar, modelul trebuie corectat cu valoarea medie estimată a erorilor.

Testarea ipotezei $M(\varepsilon_i) = 0$

În SPSS, pentru testarea acestei ipoteze, utilizăm testul Student: Rezultatul testării este prezentat în Tabelul 2.2.7.

Tabelul 2.2.7. *Rezultatele testării ipotezei* $M(\varepsilon_i) = 0$

One-Sample Test

	Test Value = 0					
					95% Confidence Interval of the Difference	
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Lower	Upper
Unstandardized Residual	,000	40	1,000	,00000000	-,0662472	,0662472

Interpretare

Atât valoarea calculată a testului (care este mică, egală cu *0,000*), cât și semnificația testului (*sig t = 1*) permit luarea deciziei de a accepta ipoteza nulă a acestui test, adică ipoteza că media erorilor nu diferă semnificativ de valoarea zero (*Test Value = 0*).

Testarea normalității erorilor

Pentru testarea ipotezei de normalitate a erorilor, se utilizează mai multe teste, dintre care prezentăm testul Jarque-Bera și testul non-parametric Kolmogorov-Smirnov.

Testul Jarque-Bera

Testul Jarque-Bera este construit pe baza parametrilor formei unei repartiții: asimetria (*skewness*), $S = \frac{\mu_3}{\sqrt{\mu_2^3}}$, unde S = 0 pentru o repartiție normală, $S > 0$ pentru o repartiție asimetrică la dreapta, respectiv $S < 0$ pentru o repartiție

asimetrică la stânga, și boltirea (*kurtosis*), $K = \frac{\mu_4}{\mu_2^2}$, unde $K = 3$ pentru o repartiție normală, $K < 3$ pentru o repartiție aplatizată și $K > 3$ pentru o repartiție afectată de boltire.

Estimatorii pentru cei doi parametri sunt:

$$\hat{S} = \sqrt{\frac{(\sum_i \frac{\hat{\varepsilon}_i^3}{n-2})^2}{(\sum_i \frac{\hat{\varepsilon}_i^2}{n-2})^3}}, \text{ respectiv } \hat{K} = \frac{\sum_i \frac{\hat{\varepsilon}_i^4}{n-2}}{(\sum_i \frac{\hat{\varepsilon}_i^2}{n-2})^2}$$

Testul Jarque-Bera are următoarea expresie:

$$JB = \frac{n}{6}\left(\hat{S}^2 + \frac{(\hat{K}-3)^2}{4}\right) \sim \chi^2(2)$$

Valoarea calculată a testului are la bază estimațiile parametrilor formei repartiției erorilor:

$$s = \sqrt{\frac{(\sum_i \frac{e_i^3}{n-2})^2}{(\sum_i \frac{e_i^2}{n-2})^3}}, \quad k = \frac{\sum_i \frac{e_i^4}{n-2}}{(\sum_i \frac{e_i^2}{n-2})^2}, \text{ unde } e_i = y_i - y_{x_i}.$$

Rezultă valoarea calculată a testului: $JB_{calc} = \frac{n}{6}\left(s^2 + \frac{(k-3)^2}{4}\right)$.

În SPSS, pentru variabila reziduală a modelului funcție de producție, estimațiile parametrilor formei repartiției sunt prezentate în Tabelul 2.2.8.

Tabelul 2.2.8. *Estimațiile parametrilor formei repartiției erorilor*

Descriptive Statistics

	N	Mean	Std.	Skewness		Kurtosis	
	Statistic	Statistic	Statistic	Statistic	Std. Error	Statistic	Std. Error
Unstandardized Residual	41	,0000000	,20988269	,361	,369	,358	,724
Valid N (listwise)	41						

BCU "M. EMINESCU" IAȘI
BCU IAȘI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Pentru datele din Tabelul 2.2.8, se poate determina valoarea calculată a testului Jarque-Bera:

$$JB_{calc} = \frac{n}{6}\left(s^2 + \frac{(k-3)^2}{4}\right) = \frac{41}{6}\left(0{,}361^2 + \frac{0{,}358^2}{4}\right) = 1{,}107 .$$

Din tabela *chi-pătrat*, se citeşte valoarea teoretică $\chi^2_{0,05;2} = 5{,}99$.

Decizia

Deoarece valoarea calculată a testului este mai mică decât valoarea teoretică, se ia decizia de a accepta ipoteza nulă (de normalitate a erorilor), cu o probabilitate de 0,95.

Testul Kolmogorov-Smirnov

Utilizând programul SPSS, pentru testul Kolmogorov-Smirnov s-au obţinut rezultatele din Tabelul 2.2.9.

În acest test, se verifică ipoteza nulă: H_0 – *repartiţia erorilor este normală.*

Tabelul 2.2.9. *Rezultatele testării ipotezei de normalitate a erorilor*

One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test

		Unstandardized Residual
N		41
Normal Parameters [a,b]	Mean	,0000000
	Std. Deviation	,20988269
Most Extreme Differences	Absolute	,104
	Positive	,104
	Negative	-,082
Kolmogorov-Smirnov Z		,667
Asymp. Sig. (2-tailed)		,765

a. Test distribution is Normal.

b. Calculated from data.

Interpretare

Semnificaţia testului ia valoarea *Sig = 0,765,* care este mai mare decât pragul de semnificaţie $\alpha = 0{,}05$. În consecinţă, se acceptă ipoteza de normalitate a erorilor, cu o probabilitate de 0,95.

BCU IASI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

2.2.5.2. Testarea ipotezei de homoscedasticitate

Ipoteza de homoscedasticitate presupune o varianță constantă a erorilor ε_i la nivelul distribuțiilor condiționate, $Y|X = x_i$, adică $V(\varepsilon_i) = \sigma^2$.

Pentru testarea ipotezei se utilizează mai multe teste, dintre care vom prezenta testul Glejser.

Testul Glejser

Testul are la bază un model de regresie între variabila reziduală estimată și variabila independentă. Forma acestui model indică și forma heteroscedasticității.

Vom considera modele de regresie simplă între variabila eroare estimată și variabilele independente de forma $|\varepsilon_i| = \alpha_0 + \alpha_1 x_i + u_i$, pentru a identifica existența heteroscedasticității. Dacă parametrul α_1 este semnificativ, atunci modelul inițial este heteroscedastic.

Rezultatele testării, realizată în SPSS, sunt prezentate în tabelele 2.2.10, 2.2.11.

Tabelul 2.2.10. *Testul Glejser pentru variabila suprafața agricolă*

Coefficients[a]

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	-,075	,832		-,090	,929
	Insuprafagric	,018	,065	,045	,282	,779

a. Dependent Variable: abs1

Tabelul 2.2.11. *Testul Glejser pentru variabila număr mediu de salariați*

Coefficients[a]

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	,580	,358		1,620	,113
	Insalaragric	-,053	,045	-,185	-1,176	,247

a. Dependent Variable: abs1

BCU ASICENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Interpretare

Testele prezentate în tabelele de mai sus verifică ipoteza nulă H_0: $\alpha_1 = 0$.

Testul Student arată că modelele de regresie dintre erorile estimate în valoarea absolută şi variabilele independente logaritmate nu sunt semnificative sau nu există o legătură între aceste variabile.

Concluzia este de a accepta ipoteza nulă, adică ipoteza de homoscedasticitate pentru modelul funcției de producție.

2.2.5.3. Testarea autocorelării erorilor

Ipoteza de necorelare a erorilor se referă la lipsa unei corelații între termenii variabilei eroare din modelul de regresie sau la faptul că eroarea asociată unei valori a variabilei dependente nu este influențată de eroarea asociată altei valori a variabilei dependente. În testarea acestei ipoteze vom utiliza testele Durbin-Watson şi Runs.

Testul Durbin-Watson (DW)

În cazul acestui test se formulează ipotezele:

H_0: $\rho = 0$ (nu există autocorelare a erorilor);

H_1: $\rho \neq 0$ (ipoteza este încălcată, există o legătură între erori).

În cazul existenței fenomenului de autocorelare a erorilor se presupune că între erori există o relație de tipul: $\varepsilon_i = \rho\varepsilon_{i-1} + u_i$.

Decizia de a accepta sau de a respinge ipoteza nulă se ia pe baza valorilor critice ale statisticii *DW*, calculate şi tabelate în funcție de pragul de semnificație şi de volumul eşantionului. În tabele se determină două valori critice, notate cu d_L (limita inferioară) şi d_U (limita superioară) pentru diverse valori ale pragului de semnificație şi ale volumului eşantionului. În funcție de aceste valori critice se determină următoarele intervale, care permit luarea deciziei de respingere sau acceptare a ipotezei nule:

Decizia se ia în funcție de următoarele regiuni:

(0; d_L) este o regiune de respingere, erorile înregistrează o autocorelare pozitivă;

(d_L ; d_U) și *($4-d_u$; $4-d_L$)* sunt regiune de nedeterminare, dacă valoarea statisticii *DW* cade în această regiune, nu se poate decide asupra existenței autocorelării erorilor;

(d_u ; $4-d_u$) este o regiune de acceptare a ipotezei nule, erorile nu sunt autocorelate;

($4-d_L$; 4) este o regiune de respingere, erorile înregistrează o autocorelare negativă.

Rezultatele testului Durbin-Watson, obținute în SPSS, se prezintă în Tabelul 2.2.12.

Tabelul 2.2.12. *Rezultatul testului Durbin-Watson*

Model Summary [b]

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate	Durbin-Watson
1	,678[a]	,459	,431	,21534	1,990

a. Predictors: (Constant), Insalaragric, Insuprafagric

b. Dependent Variable: Inprodagric

Interpretare

Din tabela Durbin-Watson se citesc cele două valori critice pentru un nivel de încredere de 0,05, pentru $k = 3$ și $n = 41$:

$d_L = 1,338$;

$d_U = 1,659$.

Conform regulii de decizie, valoarea calculată a testului (*1,990*) se află în regiunea de acceptare a ipotezei nule *(d_u ; $4-d_u$)*.

În concluzie, cu o probabilitate de 0,95, se acceptă ipoteza că erorile modelului nu sunt autocorelate.

Testul Runs

Acest test are la bază ideea că valorile variabilei reziduale se constituie în secvențe sau seturi de valori pozitive sau negative numite *runs*, care se succedă într-o anumită ordine sau aleator.

În SPSS, rezultatele testării autocorelării erorilor cu ajutorul testului Runs sunt prezentate în Tabelul 2.2.13.

BCU CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Tabelul 2.2.13. *Rezultatul testului Runs*

Runs Test

	Unstandardized Residual
Test Value[a]	-,03367
Cases < Test Value	20
Cases >= Test Value	21
Total Cases	41
Number of Runs	19
Z	-,629
Asymp. Sig. (2-tailed)	,529

a. Median

Interpretare

Semnificația testului are valoarea 0,529, care este mai mare decât pragul de semnificație de 0,05. În consecință, se ia decizia de a accepta ipoteza nulă, adică erorile nu înregistrează fenomenul de autocorelare.

2.2.5.4. Testarea coliniarității variabilelor independente

Ipoteza de necoliniaritate presupune că între variabilele independente ale unui model de regresie nu există o legătură de tip liniar.

În SPSS, se utilizează o metodă de detectare a coliniarității pe baza a doi indicatori: *Tolerance* și *VIF (Variance Inflation Factor)*. Ideea de bază a acestei metode se bazează pe câteva proprietăți din cazul unui model liniar multiplu.

Considerăm relația:

$$V(\hat{\beta}_j) = \frac{\sigma^2}{\sum_i (X_{ji} - \bar{X}_j)^2 (1 - r_j^2)},$$ unde r_j^2 este raportul de determinație din modelul de regresie auxiliar, construit pe baza variabilelor independente, în care variabila j este considerată variabila dependentă, iar celelalte variabile factoriale sunt considerate variabile independente.

Indicatorul *VIF* se definește prin relația: $VIF_j = \frac{1}{(1 - r_j^2)}$ și indică modul în care varianța estimatorului unui coeficient de regresie este influențată de prezența coliniarității la nivelul variabilelor independente.

Lipsa coliniarității dă o valoare *VIF = 1*, iar existența coliniarității determină o valoare mare a indicatorului, condiția limită fiind în cazul unei coliniarități perfecte ($r_j^2 = 1, \Rightarrow VIF \to \infty$).

BCU CONSTANȚA UNIVERSITY LIBRARY

În practică, se consideră că o valoare *VIF>10* indică prezența coliniarității.

Indicatorul *Tolerance* se determină ca inversul valorii indicatorului *VIF*. Astfel,

$$TOL_j = \frac{1}{VIF_j} = (1 - r_j^2).$$

Dacă *TOL = 1*, nu există coliniaritate, iar dacă *TOL = 0* suntem în situația extremă de coliniaritate perfectă.

Rezultatele testării coliniarității modelului funcție de producție sunt prezentate în Tabelul 2.2.14.

Tabelul 2.2.14. *Rezultatul testului coliniarității*

Coefficients [a]

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients			Collinearity Statistics	
		B	Std. Error	Beta	t	Sig.	Tolerance	VIF
1	(Constant)	6,758	1,325		5,102	,000		
	Insuprafagric	,471	,116	,540	4,072	,000	,809	1,237
	Insalaragric	,143	,080	,236	1,781	,083	,809	1,237

a. Dependent Variable: Inprodagric

Interpretare

Rezultatele din tabelul de mai sus indică valori mici pentru indicatorul *VIF* sau valori aproape de 1 pentru indicatorul *Tolerance*, ceea ce indică lipsa coliniarității între variabilele independente.

Modelul final

În urma testării ipotezelor modelului clasic de regresie, se acceptă ca valid modelul producției agricole ca o funcție de producție de forma:

$Y = a_1 X_1^{b_1} X_2^{b_2} = 858{,}6 X_1^{0{,}143} X_2^{0{,}471}$, unde

- X_1 este numărul mediu de salariați din agricultură;
- X_2 reprezintă suprafața agricolă.

Modelul este estimat pe baza datelor de la nivelul județelor României în anul 2005 și poate fi utilizat pentru realizarea de predicții, în elaborarea politicilor de dezvoltare economică.

BCU CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

2.3. Legătura dintre populația activă civilă și factorii de influență

Dezvoltarea și punerea în valoare a resurselor umane reprezintă procesul de ocupare a acestora într-unul sau altul din domeniile de activitate ale economiei naționale. Acest proces contribuie la maximizarea potențialului de producere a bunurilor și serviciilor dorite de societate și depinde, în mare măsură, de alocarea optimă a resurselor umane.

Este unanim acceptat faptul că populația activă constituie indicatorul care cuantifică cu fidelitate oferta de forță de muncă la nivel macroeconomic.

2.3.1. Prezentarea problemei

Populația activă poate fi modelată pe seama unor factori care, așa cum consideră Guy Caire, pot fi grupați în [Caire, Guy, 2001, p.72]:

- factori demografici
- factori politici
- factori economici și sociali

Populația activă, în accepțiunea I.L.O. (B.I.M.)[1], cuprinde toate persoanele, indiferent de sex, care furnizează forță de muncă pentru producerea de bunuri și servicii pe parcursul unei perioade specifice de timp. Se fac diferențieri în măsurarea populației active după perioada de referință, astfel:

- Populația obișnuit activă – măsurată pe parcursul unei perioade mai mari de timp (an);
- Populația curent activă – măsurată pe parcursul unei perioade mai mici de timp (zi, săptămână).

2.3.2. Prezentarea modelului econometric

În continuare este prezentat modelul și sunt definite variabilele incluse în model.

---

[1] I.L.O. – International Labour Organization; B.I.M. – Biroul Internațional al Muncii.

BCU IASI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Pentru a construi modelul econometric, vom considera datele din Anuarul statistic al României din anul 2006 în format electronic (Capitolele 2 și 3) și datele existente pe site-ul INS (Institutul Național de Statistică), Tempo Online.

Forma modelului de regresie liniară multiplă propus este:

$$Y = \alpha + \beta_1 \cdot X_1 + \beta_2 \cdot X_2 + \beta_3 \cdot X_3 + \beta_4 \cdot X_4 + \beta_5 \cdot X_5 + \varepsilon$$

unde:

- Y – populația activă civilă (exprimată în număr persoane) este variabila dependentă sau explicată,

iar variabile independente sunt:

- X_1 – rata de activitate generală civilă (%);
- X_2 – numărul personalului didactic (persoane);
- X_3 – sold migrator intern (diferența dintre numărul persoanelor care au venit din alt județ și numărul persoanelor care au plecat în alt județ);
- X_4 – sold migrator internațional (diferența dintre persoanele care au venit din afara României și numărul persoanelor care au plecat din România);
- X_5 – divorțurile;
- ε – variabila aleatoare eroare (reziduu);
- α, β_i cu $i = \overline{1,5}$ sunt coeficienții de regresie.

2.3.2.1. Definirea variabilelor incluse în model și descrierea statistică a acestora

Populația activă civilă (Y), în accepțiunea I.L.O. (B.I.M.), cuprinde toate persoanele, indiferent de sex, care furnizează forță de muncă pentru producerea de bunuri și servicii pe parcursul unei perioade specifice de timp. În cadrul populației active civile nu se includ forțele armate și personalul asimilat. Altfel spus, populația activă civilă (***P.A.C.***) cuprinde populația ocupată civilă (***P.O.C.***) și șomerii înregistrați (***S***):

$$P.A.C. = P.O.C. + S$$

În model am inclus, ca variabile independente, ***rata de activitate generală civilă*** (X_1), numită și rata brută de activitate (***R.B.A.***). Aceasta reprezintă raportul procentual între numărul persoanelor active civile (***P.A.C***) și numărul total al populației (***P.***):

$$R.G.A.C. = \frac{P.A.C.}{P.} \times 100$$

A doua variabilă independentă inclusă în model este ***numărul personalului didactic*** ***(X_2)***. Personalul didactic reprezintă persoanele fizice care sunt angajate în sistemul de învățământ și predau în cadrul procesului educațional și de instruire (cu normă întreagă și cu normă parțială).

Soldul migrator intern (X_3) se calculează ca diferență între numărul persoanelor sosite și numărul persoanelor plecate dintr-un județ, ca urmare a schimbării domiciliului în alt județ.

Soldul migrator internațional (X_4) se calculează ca diferență între numărul imigranților și numărul emigranților dintr-un județ.

Numărul ***divorțurilor*** (X_5) distribuite pe județe se stabilește în funcție de ultimul domiciliu comun al soților.

În Tabelul 2.3.1. am prezentat valorile pentru județele României, în anul 2005, ale variabilelor ce intră în model – atât variabila dependentă populația activă civilă, cât și variabilele independente rata de activitate generală civilă, soldul migrator intern, soldul migrator internațional, personalul didactic și numărul divorțurilor.

Tabelul 2.3.1. *Distribuția județelor României (exclusiv Ilfov și București) în anul 2005 după o serie de variabile demo-economice*

Județul	Populația activă civilă P.A.C. (pers.)	Rata de activitate generală civilă R.G.A.C (%)	Personal didactic (pers.)	Soldul migrator intern (pers.)	Soldul migrator internațional (pers.)	Divorțuri
Bacău	239900	33,15	8412	-297	-433	1421
Botoșani	163400	35,48	5484	-520	-56	768
Iași	319500	39,27	13767	-831	-297	707
Neamț	212800	37,25	6293	-518	-469	1206
Suceava	259000	36,72	9144	-289	-195	1258
Vaslui	163300	35,42	5772	-1265	-63	522
Brăila	135300	36,47	3863	-420	-79	827
Buzău	194900	39,35	5622	-303	-76	726
Constanta	303900	42,51	8966	882	-207	974
Galați	222900	35,88	7212	-837	-258	1272
Tulcea	93100	36,78	2797	-323	-40	484
Vrancea	148500	37,65	4055	125	-267	590

BOLYAI UNIVERSITY LIBRARY

Argeș	266500	41,20	8670	16	-51	1021
Călărași	111600	35,05	3117	-50	-22	715
Dâmbovița	214900	39,95	6605	-139	-59	816
Giurgiu	93400	32,49	2553	365	-11	210
Ialomița	109700	37,43	2991	-380	-20	382
Prahova	311000	37,50	8643	-23	-114	1382
Teleorman	174900	41,13	4942	-973	-33	544
Dolj	284400	39,45	9837	385	-213	379
Gorj	152800	39,64	4944	-204	-32	521
Mehedinți	123700	40,50	3519	-263	-26	554
Olt	186400	38,36	5666	-545	-46	600
Vâlcea	178700	42,93	5505	-53	-58	635
Arad	210200	45,65	5562	897	-207	706
Caraș-Severin	129900	39,02	3975	248	-174	570
Hunedoara	213900	44,34	5622	-1492	-166	1162
Timiș	326200	49,47	10833	2136	-579	1037
Bihor	279900	46,91	9547	229	-224	622
Bistrița-Năsăud	126200	39,77	4381	-176	-108	387
Cluj	323800	46,45	11725	655	-373	1036
Maramureș	209500	40,63	6802	-375	-245	906
Satu Mare	151100	40,87	4742	-576	-301	732
Sălaj	103100	41,87	3410	-73	-66	256
Alba	183900	48,38	4895	-220	-145	563
Brașov	248700	41,75	7513	349	-588	1075
Covasna	93600	41,79	3110	-208	-91	396
Harghita	137900	42,13	4481	-311	-278	382
Mureș	247500	42,42	8450	396	-389	741
Sibiu	175600	41,51	5914	185	-432	895

Sursa: Anuarul statistic al României anul 2006; INS, Tempo Online.

În Tabelul 2.3.2 au fost calculați indicatori ai tendinței centrale, ai dispersiei și ai formei pentru cele șase variabile incluse în modelul de regresie liniară multiplă.

BCU IAȘI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Tabelul 2.3.2. *Valorile indicatorilor tendinței centrale, ai dispersiei și ai formei pentru variabilele incluse în modelul de regresie*

	Populația activă civilă (pers.)	Rata de activitate globală civilă (%)	Numărul personalului didactic (persoane)	Sold migrator intern (pers.)	Sold migrator internațional (pers.)	Număr divorțuri
N Valid	40	40	40	40	40	40
Missing	0	0	0	0	0	0
Mean	195637,50	40,1138	6233,53	-119,90	-187,28	749,50
Median	185150,00	39,8612	5622,00	-206,00	-155,50	711,00
Std. Deviation	70277,551	3,89582	2657,120	625,212	159,173	312,786
Variance	4,94E+09	15,177	7060284	390890	25335	97835
Skewness	,340	,401	,842	,971	-,977	,454
Std. Error of Skewness	,374	,374	,374	,374	,374	,374
Kurtosis	-,918	,109	,337	3,622	,177	-,556
Std. Error of Kurtosis	,733	,733	,733	,733	,733	,733
Minimum	93100	32,49	2553	-1492	-588	210
Maximum	326200	49,47	13767	2136	-11	1421
Sum	7825500	1604,55	249341	-4796	-7491	29980

Sursa: Rezultate obținute cu ajutorul programului SPSS folosind datele din tabelul 2.3.1.

Pentru a verifica intensitatea legăturilor dintre fiecare variabilă independentă și variabila dependentă (populația activă civilă) construim matricea corelațiilor (Tabelul 2.3.3.).

BCU IASI/CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Tabelul 2.3.3. *Matricea corelațiilor*

		Populați a activă civilă	Rata de activitate globală civilă (%)	Numărul personal ului didactic (pers.)	Sold migrator intern	Sold migrator internați onal	Număr divorțuri
Pears on Correl ation	Populația activă civilă	1,000	,375	,956	,345	-,541	,643
	Rata de activitate globală civilă (%)	,375	1,000	,308	,445	-,318	-,020
	Numărul personalului didactic (pers.)	,956	,308	1,000	,287	-,545	,542
	Sold migrator intern	,345	,445	,287	1,000	-,403	,025
	Sold migrator internațional	-,541	-,318	-,545	-,403	1,000	-,514
	Număr divorțuri	,643	-,020	,542	,025	-,514	1,000
Sig. (1-tailed)	Populația activă civilă	.	,009	,000	,015	,000	,000
	Rata de activitate globala civila (%)	,009	.	,027	,002	,023	,452
	Numărul personalului didactic (pers.)	,000	,027	.	,036	,000	,000
	Sold migrator intern	,015	,002	,036	.	,005	,439
	Sold migrator internațional	,000	,023	,000	,005	.	,000
	Număr divorțuri	,000	,452	,000	,439	,000	.
N	Populația activă civilă	40	40	40	40	40	40
	Rata de activitate globala civila (%)	40	40	40	40	40	40
	Numărul personalului didactic (pers.)	40	40	40	40	40	40
	Sold migrator intern	40	40	40	40	40	40
	Sold migrator internațional	40	40	40	40	40	40
	Număr divorțuri	40	40	40	40	40	40

BCU CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Pentru fiecare valoare estimată a coeficientului de corelație, programul SPSS a calculat și un nivel de semnificație (sig.) al testului t pentru a verifica dacă există legături semnificative între variabile.

Se poate observa că toți coeficienții de corelație simplă dintre variabilele independente și variabila dependenta sunt semnificativi deoarece nivelul de semnificație (sig.) este, pentru fiecare coeficient de corelație, mai mic decât $\alpha=0,05$.

Legătura dintre populația activă civilă și numărul personalului didactic are intensitatea cea mai ridicată, respectiv coeficientul de corelație este egal cu 0,956.

2.3.2.2. Estimarea punctuală a parametrilor ecuației de regresie

Valorile estimate punctual pentru modelul de regresie sunt prezentate în Tabelul 2.3.4.

Tabelul 2.3.4. *Estimațiile punctuale ale parametrilor modelului de regresie multiplă liniară*

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	-60673,521	29109,522		-2,084	,045
	Rata de activitate globală civila (%)	2224,654	714,083	,123	3,115	,004
	Numărul personalului didactic (pers.)	21,441	1,191	,811	18,002	,000
	Sold migrator intern	10,868	4,521	,097	2,404	,022
	Sold migrator internațional	50,230	20,413	,114	2,461	,019
	Număr divorțuri	58,878	10,138	,262	5,807	,000

Pe baza datelor din Tabelul 2.3.4., se poate scrie ecuația estimată a modelului de regresie multiplă a populației active civile.

$$Y = \alpha + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \beta_4 X_4 + \beta_5 X_5 =$$

$$= -60673,5 + 2224,7 \cdot X_1 + 21,4 \cdot X_2 + 10,9 \cdot X_3 + 50,2 \cdot X_4 + 58,9 \cdot X_5$$

Interpretare:

BCU "ION CREANGĂ" UNIVERSITY LIBRARY

Valorile estimate ale modelului sunt:

a = -60673,5, ceea ce înseamnă că atunci când valorile tuturor variabilelor independente $X_1,...,X_5$ sunt egale cu 0, valoarea variabilei dependente (populația activa civilă) este egală cu -60673,5.

b_1 = 2224,7, ceea ce înseamnă că variabila dependentă (Y) crește cu 2224,7 persoane atunci când rata de activitate generală civilă (X_1) crește cu 1%, iar celelalte variabile independente rămân constante;

b_2 = 21,4, ceea ce înseamnă că variabila dependentă (Y) crește cu 21,4 persoane atunci când numărul personalului didactic (X_2) crește cu o persoană, iar celelalte variabile independente rămân constante;

b_3 = 10,9, ceea ce înseamnă că variabila dependentă (Y) crește cu 10,9 persoane atunci când soldul migrator intern (X_3) crește cu o persoană, iar celelalte variabile independente rămân constante;

b_4= 50,2, ceea ce înseamnă că variabila dependentă (Y) crește cu 50,2 persoane atunci când soldul migrator internațional (X_4) crește cu o persoană, iar celelalte variabile independente rămân constante;

b_5 = 58,9, ceea ce înseamnă că variabila dependentă (Y) crește cu 58,9 persoane atunci când numărul divorțurilor (X_5) crește cu o unitate, iar celelalte variabile independente rămân constante;

2.3.2.3. Estimarea prin interval de încredere a parametrilor ecuației de regresie

Intervalul de încredere pentru parametrul α este dat de relația:

$$a \pm t_{\alpha/2} \cdot s_{\hat{a}}$$

Intervalele de încredere pentru parametrii β_i sunt date de relația:

$$b_i \pm t_{\alpha/2} \cdot s_{\hat{\beta}_i} \text{ cu } i = \overline{1,5}$$

În SPSS, rezultatele calculului intervalelor de încredere pentru parametrii modelului sunt prezentate în Tabelul 2.3.5.

BCU IAȘI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Tabelul 2.3.5. *Intervalele de încredere ale parametrilor modelului de regresie multiplă a populației active civile*

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.	95% Confidence Interval for B	
		B	Std. Error	Beta			Lower Bound	Upper Bound
1	(Constant)	-60673,5	29109,52		-2,084	,045	-119831,18	-1515,85
	Rata de activitate globala civila (%)	2224,654	714,083	,123	3,115	,004	773,463	3675,845
	Numărul personalului didactic (pers.)	21,441	1,191	,811	18,002	,000	19,020	23,861
	Sold migrator intern	10,868	4,521	,097	2,404	,022	1,680	20,055
	Sold migrator internațional	50,230	20,413	,114	2,461	,019	8,746	91,714
	Număr divorțuri	58,878	10,138	,262	5,807	,000	38,274	79,482

a Dependent Variable: Populația activă civilă

Cu o probabilitate de 0,95 putem spune că parametrii ecuației de regresie multiplă liniară se află în intervalele:

$$\alpha \in (-119831,2;-1515,9)$$

$$\beta_1 \in (773,5;3675,8)$$

$$\beta_2 \in (19;23,8)$$

$$\beta_3 \in (1,7;20,1)$$

$$\beta_4 \in (8,7;91,7)$$

$$\beta_5 \in (38,3;79,5)$$

Se poate observa că nici un interval de încredere nu conține valoarea 0, astfel încât putem afirma că coeficienții de regresie sunt semnificativi statistic.

2.3.2.4. Testarea parametrilor ecuației de regresie

Utilizând SPSS, obținem rezultatele testării coeficienților de regresie, prezentate în Tabelul 2.3.5. Pentru exemplul dat, nivelul de semnificație (Sig.)

BCU IAȘI BIBLIOTECA UNIVERSITARĂ

este mai mic decât un prag de semnificație $\alpha = 0.05$ pentru toți coeficienții de regresie, deci, cu o probabilitate de 0,95 se respinge ipoteza nulă, adică coeficienții α, β_i $i = \overline{1,5}$ sunt semnificativi, astfel încât variația variabilelor independente introduse în model explică variația medie a variabilei dependente: populația activă civilă.

2.3.2.5. Testarea modelului de regresie

Valorile estimate ale raportului de corelație (***R=0,981***) și raportului de determinație (***R^2=0,962***), din Tabelul 2.3.6, ne relevă faptul că, în modelul de regresie multiplă liniară ales, variația simultană a variabilelor independente explică în proporție de 96,2% variația variabilei dependente (populația activă civilă). Așadar, putem afirma că modelul este util.

Tabelul 2.3.6. *Estimația raportului de corelație și a raportului de determinație*

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate	Durbin-Watson
1	,981(a)	,962	,956	14740,925	2,020

a Predictors: (Constant), Număr divorțuri, Rata de activitate globala civila (%), Sold migrator intern, Numărul personalului didactic (persoane), Sold migrator internațional
b Dependent Variable: Populația activă civilă

Din tabelul distribuției Fisher se citește valoarea teoretică $F_{0,05;5,34} = 2,534$. Se observă că valoarea calculată a testului Fisher $F_{calc} = 170,48$ (Tabelul 2.3.7) este mai mare decât valoarea teoretică, prin urmare se ia decizia de a respinge ipoteza nulă, cu o probabilitate de 0,95.

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Tabelul 2.3.7. *ANOVA*

ANOVA(b)

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	185230408409,969	5	37046081681,994	170,48	,000(a)
	Residual	7388025340,032	34	217294862,942		
	Total	192618433750,001	39			

a Predictors: (Constant), Număr divorţuri, Rata de activitate globala civila (%), Sold migrator intern, Numărul personalului didactic (persoane), Sold migrator internaţional
b Dependent Variable: Populaţia activă civilă

Calculul valorii sig a testului F s-a efectuat în Tabelul 2.3.7. Valoarea calculată este mai mică decât un α=0,05; rezultă că se respinge ipoteza H_0, prin urmare raportul de determinaţie este semnificativ diferit de 0 şi modelul de regresie este semnificativ statistic.

2.3.3. Testarea ipotezelor modelului de regresie multiplă liniară

Pentru modelul de regresie multiplă liniară, vom testa dacă sunt îndeplinite următoarele ipoteze: normalitatea erorilor, homoscedasticitatea, lipsa autocorelării erorilor, lipsa coliniarităţii variabilelor independente.

2.3.3.1. Testarea ipotezei de normalitate a erorilor

Înainte de a testa ipoteza de normalitate, este important să se testeze dacă media erorilor este egală cu zero sau nu.

În SPSS, pentru testarea acestei ipoteze:

$M(\varepsilon_i) = 0$,

utilizăm testul Student. Rezultatul testării este prezentat în Tabelul 2.3.8.

BCU IASI SECTIA RARA UNIVERSITY LIBRARY

Tabelul 2.3.8. *Testarea ipotezei* $M(\varepsilon_i) = 0$

One-Sample Test

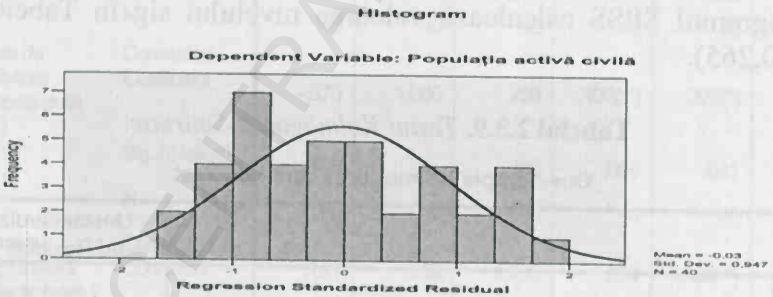
	Test Value = 0					
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
					Lower	Upper
Unstandardized Residual	,000	39	1,000	,00000000	-4401,81	4401,811

Interpretare

Atât valoarea calculată a testului (care este egală cu *0*), cât și semnificația testului (*sig t = 1*) permit luarea deciziei de a accepta ipoteza nulă a acestui test, adică ipoteza că media erorilor nu diferă semnificativ de valoarea zero (*Test Value = 0*).

Pentru testarea normalității erorilor putem alege mai multe teste uzuale în pachetele informatice: Kolmogorov-Smirnov-Liliefors, Shapiro-Wilk, Q-Q plot, Jarque-Bera etc. În continuare vom folosi testul Kolmogorov-Smirnov.

Figura 2.3.1. Histograma erorilor modelului de regresie



În Figura 2.3.1 este prezentată grafic distribuția erorilor modelului de regresie sub forma unei histograme. Se poate observa în acest grafic și distribuția normală.

Testul Kolmogorov-Smirnov

Etapele testării

Formularea ipotezelor
H_0: $\varepsilon_i \sim N(0,\sigma^2)$
H1: ε_i nu urmează o lege normală de distribuție

Testul statistic [Jaba, Elisabeta, 2002, p. 348] și [Chakravarti, Laha, and Roy, 1967, pp. 392-394].

$$KS = \max_{1 \le i \le N} |p_i - p'_i|$$

p_i = ponderea efectivelor cumulate în totalul populației
p'_i = valorile teoretice (din tabelul distribuției Gauss-Laplace) corespunzătoare fiecărei valori z_i.

Regula de decizie
Pentru un risc $\alpha = 0,05$, dacă
Sig. > α : se acceptă ipoteza H_0
Sig. < α : se respinge ipoteza H_0, cu o probabilitate de 0,95.

Programul SPSS calculează valoarea nivelului sig în Tabelul 2.3.9 (Sig. =0,265).

Tabelul 2.3.9. *Testul Kolmogorov-Smirnov*

One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test

			Unstandardized Residual
N			40
Normal Parameters	a,b	Mean	,0000000
		Std. Deviation	13763,59499
Most Extreme Differences		Absolute	,159
		Positive	,159
		Negative	-,069
Kolmogorov-Smirnov Z			1,005
Asymp. Sig. (2-tailed)			,265

a. Test distribution is Normal.

b. Calculated from data.

BCU ASE CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Valoarea Sig. = 0,265 este mai mare decât $\alpha = 0,05$, deci concluzionăm, cu o probabilitate de 0,95, că distribuția erorilor modelului de regresie multiplă liniară considerat urmează o distribuție teoretică normală.

2.3.3.2. Testarea ipotezei de homoscedasticitate

Ipoteza de homoscedasticitate presupune o varianță constantă a erorilor ε_i la nivelul distribuțiilor condiționate, $Y \mid X = x_i$, adică $V(\varepsilon_i) = \sigma^2$.

Pentru testarea ipotezei se utilizează mai multe teste, dintre care vom prezenta testul corelației neparametrice între variabilele $\hat{\varepsilon}_i$ și X_i și testul Glesjer.

Tabelul 2.3.10. *Testul corelației neparametrice (Spearman) între* $\hat{\varepsilon}_i$ *și* X_i

Spearman's rho			AbsError	Rata de activitate globală civilă (%)	Numărul personalului didactic (pers.)	Sold migrator intern	Sold migrator internațional	Număr divorțuri
	AbsError	Correlation Coefficient	1,000	-,070	,191	,196	-,127	,104
		Sig. (2-tailed)	.	,669	,238	,225	,433	,523
		N	40	40	40	40	40	40
	Rata de activitate globală civilă (%)	Correlation Coefficient	-,070	1,000	,259	,408(**)	-,325(*)	-,003
		Sig. (2-tailed)	,669	.	,106	,009	,041	,987
		N	40	40	40	40	40	40
	Numărul personalului didactic (pers.)	Correlation Coefficient	,191	,259	1,000	,224	-,589(**)	,628(**)
		Sig. (2-tailed)	,238	,106	.	,165	,000	,000
		N	40	40	40	40	40	40
	Sold migrator intern	Correlation Coefficient	,196	,408(**)	,224	1,000	-,225	-,003
		Sig. (2-tailed)	,225	,009	,165	.	,162	,986
		N	40	40	40	40	40	40
	Sold migrator internațional	Correlation Coefficient	-,127	-,325(*)	-,589(**)	-,225	1,000	-,517(**)

	Sig. (2-tailed)	,433	,041	,000	,162	.	,001
	N	40	40	40	40	40	40
Număr divorţuri	Correlation Coefficient	,104	-,003	,628(**)	-,003	-,517(**)	1,000
	Sig. (2-tailed)	,523	,987	,000	,986	,001	.
	N	40	40	40	40	40	40

** Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).
* Correlation is significant at the 0.05 level (2-tailed).

Interpretare

Valorile coeficientului Spearman de corelaţie neparametrică din Tabelul 2.3.10 sunt foarte apropiate de zero. Acest fapt desemnează, împreună cu nivelul de semnificaţie corespunzător, că nu există legături semnificative între variabila eroare (în mărime absolută) şi variabilele independente.

În exemplul considerat, nivelul de semnificaţie:

Sig. = 0,669 pentru coeficientul de corelaţie Spearman dintre AbsError şi rata de activitate globală civilă;

Sig. = 0,238 pentru coeficientul de corelaţie Spearman dintre AbsError şi numărul personalului didactic;

Sig. = 0,225 pentru coeficientul de corelaţie Spearman dintre AbsError şi soldul migrator intern;

Sig. = 0,433 pentru coeficientul de corelaţie Spearman dintre AbsError şi soldul migrator internaţional;

Sig. = 0,523 pentru coeficientul de corelaţie Spearman dintre AbsError şi numărul divorţurilor;

Se observă că toţi coeficienţii de corelaţie neparametrică Spearman nu sunt semnificativi statistic, rezultă că modelul de regresie liniară multiplă ales îndeplineşte condiţia de homoscedasticitate.

Un alt test utilizat pentru verificarea ipotezei de homoscedasticitate este testul Glejser (Tabelul 2.3.11).

Tabelul 2.3.11. *Testul Glejser*

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	23963,81	13046,14		1,837	,075
	Rata de activitate globală civilă (%)	-423,251	320,034	-,244	-1,323	,195

BCU IAŞI/CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Numărul personalului didactic (pers.)	1,082	,534	,426	2,027	,051
Sold migrator intern	2,011	2,026	,186	,993	,328
Sold migrator internațional	3,781	9,149	,089	,413	,682
Număr divorțuri	-1,250	4,544	-,058	-,275	,785

a Dependent Variable: AbsError

Acest test constă în verificarea nivelului de semnificație al coeficienților de regresie dintre variabilele independente introduse în modelul propus și eroarea modelului în mărime absolută.

Interpretare

Semnificația testului este mai mare decât 0,05 pentru coeficienții de regresie corespunzători tuturor variabilelor independente. În concluzie, modelul de regresie liniară multiplă este homoscedastic.

2.3.3.3. Testarea ipotezei de necorelare a erorilor

Ipoteza de necorelare a erorilor poate fi testată fie cu testul Runs, fie cu testul Durbin-Watson. Ipoteza de necorelare a erorilor se referă la lipsa unei corelații între termenii variabilei eroare din modelul de regresie.

Testul Runs

Acest test are la bază ideea că valorile variabilei reziduale se constituie în secvențe sau seturi de valori pozitive sau negative numite *runs*, care se succed într-o anumită ordine sau aleator.

În SPSS, rezultatele testării ipotezei de necorelare a erorilor cu ajutorului testului *Runs* sunt prezentate în Tabelul 2.3.12.

BCU IASI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Tabelul 2.3.12. *Rezultatul testului Runs*

Runs Test

	Unstandardized Residual
Test Value [a]	-2775,88537
Cases < Test Value	20
Cases >= Test Value	20
Total Cases	40
Number of Runs	25
Z	1,121
Asymp. Sig. (2-tailed)	,262

a. Median

Interpretare

Semnificația testului are valoarea 0,262, care este mai mare decât pragul de semnificație de 0,05. În consecință, se ia decizia de a accepta ipoteza nulă, adică erorile nu sunt autocorelate.

Tabelul 2.3.13. *Rezultatul testului Durbin-Watson*

Model Summary[b]

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate	Durbin-Watson
1	,981[a]	,962	,956	14740,925	2,020

a. Predictors: (Constant), Numar divorturi, Rata de activitate globala civila (%), Sold migrator intern, Numarul personalului didiactic (persoane), Sold migrator international

b. Dependent Variable: Populația activă civilă

În tabelul repartiției Durbin-Watson [Jaba, E., Jemna, D.; 2006, p. 198] căutăm valorile critice ale testului pentru $\alpha = 0,05$, $k = 6$, $n = 40$ și găsim:

$d_L = 1,231$ și $d_U = 1,786$

Interpretare

Valoarea calculată a testului, așa cum apare în Tabelul 2.3.13, este egală cu 2,020, valoare foarte apropiată de 2. Valoarea calculată a testului DW cade în regiunea de acceptare a ipotezei nule (d_u ; 4- d_u), adică intervalul (1,786; 2,214). Prin urmare, se acceptă ipoteza de necorelare a erorilor.

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

2.3.3.4. Testarea ipotezei lipsei de coliniaritate a variabilelor independente

Testarea ipotezei lipsei de coliniaritate a variabilelor independente se poate face în practică fie pe baza indicatorului VIF (Variance Inflation Factor), fie pe baza indicatorului Condition Index.

Primul indicator trebuie să fie mai mic decât valoarea 2, o variabilă independentă cu o valoare mai mare decât 2 este puternic intercorelată cu celelalte variabile independente.

Indicatorul VIF îl regăsim, pentru exemplul considerat, în Tabelul 2.3.14, în ultima coloană.

Se poate observa că pentru fiecare din cele cinci variabile independente considerate indicatorul de coliniaritate VIF are valori mai mici decât 2. În concluzie, între variabilele independente nu există coliniaritate.

Tabelul 2.3.14. *Rezultatele testului de coliniaritate*

Coefficients [a]

Model		Collinearity Statistics	
		Tolerance	VIF
1	Rata de activitate globala civila (%)	,720	1,389
	Numarul personalului didiactic (persoane)	,556	1,797
	Sold migrator intern	,697	1,434
	Sold migrator international	,528	1,895
	Numar divorturi	,554	1,805

a. Dependent Variable: Populația activă civilă

Un alt indicator de verificare a coliniarității este Condition Index (vezi coloana a treia din Tabelul 2.3.15).

Tabelul 2.3.15. *Rezultatele testului de coliniaritate a componentelor principale*

Model	Dimension	Eigenvalue	Condition Index	Variance Proportions					
				Constant	Rata de activitate globală civilă (%)	Numărul personalului didactic (pers.)	Sold migrator intern	Sold migrator internațional	Număr divorțuri
1	1	4,558	1,000	,00	,00	,00	,00	,01	,00
	2	1,058	2,075	,00	,00	,00	,58	,01	,00
	3	,233	4,422	,00	,00	,00	,21	,57	,00

BCU IASI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

4	,086	7,260	,01	,01	,27	,02	,36	,29
5	,061	8,613	,00	,00	,69	,10	,01	,62
6	,003	37,318	,99	,98	,03	,09	,03	,09

a Dependent Variable: Populația activă civilă

Pentru a nu exista probleme majore de coliniaritate, indicatorul Condition Index nu trebuie să ia valori mai mari decât 30. Valori cuprinse între 10 şi 30 arată o coliniaritate slabă. Valori mai mici decât 10 arată absența coliniarității.

În exemplul considerat se observă că pentru modelul de regresie liniară multiplă considerat există coliniaritate puternică.

În acest caz ar trebui să mărim volumul eşantionului (imposibil) sau să eliminăm o variabilă independentă din model. Variabila ce ar trebui eliminată este rata globală de activitate deoarece are proporția cea mai ridicată a varianței, respectiv 98%.

Bibliografie

1. Caire, Guy – *Economie du travail*, Editions Bréal, Paris, 2001
2. Chakravarti, Laha, and Roy – *Handbook of Methods of Applied Statistics, Volume I*, John Wiley and Sons, 1967
3. Jaba, Elisabeta. – *Statistica*, Editura Economică, Bucureşti, ediția a III-a, 2002
4. Jaba, Elisabeta; Grama, Ana – *Analiza statistică cu SPSS sub Windows*, Editura Polirom, Iaşi, 2004
5. Jaba, Elisabeta; Jemna, Dănuț – *Econometrie*, Editura Sedcom Libris, Iaşi, 2006
6. McConnel, Campbel; Brue, Stanley – *Contemporary Labour Ecoomics*, McGraw-Hill, 1986
7. Levitan, Sar A.; Mangum, Garth L.; Marshall, Ray – *Human Resources and labor markets*, Second Edition, Harper&Row, New York, 1976

BCU IAŞI - UAIC UNIVERSITY LIBRARY

CAPITOLUL III

ANALIZA VARIAȚIEI ÎN TIMP

BCU IAȘI/CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

BCU IASI/CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

3.1. Identificarea componentelor dinamicii exporturilor trimestriale ale României, în perioada 1990-2005

Analiza clasică a dinamicii unui fenomen are ca primă etapă identificarea componentelor şi a valorilor aberante ale seriei de timp. Această etapă este necesară şi în analiza modernă a seriilor de timp. Tendinţa şi variaţiile sezoniere sunt surse ale nestaţionarităţii seriilor de timp.

3.1.1. Prezentarea problemei

Un obiectiv al analizei dinamicii unei serii de timp îl reprezintă identificarea tipului de variaţie. Se urmăreşte linia generală de evoluţie a fenomenului, regularitatea repetării oscilaţiilor în jurul liniei generale, piscurile care se abat de la nivelul general al amplitudinii variaţiilor. Analiza tipului de variaţie se face prin metode grafice şi prin metode numerice.

Primele informaţii, intuitive, privind forma dinamicii unui fenomen se obţin prin metode grafice, precum: cronograma liniară, diagrama boxplot, corelograma funcţiei de autocorelaţie. Ipotezele formulate pe baza metodelor grafice se verifică prin metode numerice, cum sunt: testul Fisher, testul Ljung-Box.

Ne propunem să analizăm dinamica exporturilor trimestriale ale României, în perioada 1990-2005. Se urmăreşte identificarea componentelor seriei analizate.

Dacă din analiza grafică se observă o linie de evoluţie bine conturată, care se păstrează pe toată perioada de timp analizată, se reţine ipoteza tendinţei de evoluţie a exporturilor României, într-o anumită formă teoretică. Dacă variaţiile din jurul liniei de trend se repetă cu o anumită regularitate, în timp şi în amplitudine, seria de timp analizată prezintă variaţii sezoniere.

3.1.2. Variabile şi date

În lucrare, considerăm exporturile trimestriale ale României, în perioada 1990-2005. Datele statistice privind exportul cuprind: exporturile de mărfuri de origine naţională; exportul de mărfuri importate, declarate pentru consumul intern; exporturile de produse compensatoare rezultate după prelucrarea în ţară; exporturile temporare de bunuri pentru prelucrarea în alte ţări [www.insse.ro].

Tabelul 3.1.1. *Exporturile trimestriale ale României (mil. $), în perioada 1990-2007*

Data	Exporturi (mil $)	Data	Exporturi (mil $)
1	2	1	2
Q1 1990	949	Q1 1998	2048
Q2 1990	829	Q2 1998	2085
Q3 1990	849	Q3 1998	2052
Q4 1990	888	Q4 1998	2115
Q1 1991	675	Q1 1999	1894
Q2 1991	803	Q2 1999	1967
Q3 1991	877	Q3 1999	2282
Q4 1991	1182	Q4 1999	2362
Q1 1992	839	Q1 2000	2404
Q2 1992	1061	Q2 2000	2505
Q3 1992	1067	Q3 2000	2702
Q4 1992	1319	Q4 2000	2754
Q1 1993	838	Q1 2001	2873
Q2 1993	1183	Q2 2001	2823
Q3 1993	1359	Q3 2001	2967
Q4 1993	1251	Q4 2001	2722
Q1 1994	1231	Q1 2002	2900
Q2 1994	1475	Q2 2002	3319
Q3 1994	1677	Q3 2002	3763
Q4 1994	1768	Q4 2002	3888
Q1 1995	1708	Q1 2003	4051
Q2 1995	2018	Q2 2003	4208
Q3 1995	2044	Q3 2003	4580
Q4 1995	2140	Q4 2003	4779
Q1 1996	1480	Q1 2004	5420
Q2 1996	1868	Q2 2004	5660
Q3 1996	2106	Q3 2004	6067
Q4 1996	2210	Q4 2004	6393
Q1 1997	1944	Q1 2005	6680
Q2 1997	2206	Q2 2005	6842
Q3 1997	2237	Q3 2005	7243
Q4 1997	2044	Q4 2005	6886

Sursa: Prelucrat după Buletinul Statistic Lunar, INS, nr. 1 / 1991-2006

BCU IASI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Valoarea mărfurilor exportate se stabileşte pe baza preţurilor efective FOB, care sunt preţurile la frontiera ţării exportatoare.

Exportul total este rezultanta exporturilor individuale ale unui ansamblu de mărfuri, caracterizate de ritmuri şi forme diferite de evoluţie.

Exporturile trimestriale ale României, în perioada 1990-2005, reprezintă datele unei serii de timp discrete, simbolizată astfel:

$\{y_i, i \in I\}$, unde y_i reprezintă valoarea exporturilor trimestriale ale României, la momentul i; I – intervalul de timp discret, $I = \overline{1, 64}$.

Valoarea exporturilor trimestriale ale României, în perioada 1990 – 2005, este prezentată în Tabelul 3.1.1.

3.1.3. Metode de identificare a componentelor dinamicii exporturilor trimestriale ale Românei, în perioada 1990-2005

Identificarea componentelor unei serii de timp se face prin următoarele metode: metoda grafică (cronograma liniară, diagrama boxplot), funcţia de autocorelaţie, testul Fisher.

3.1.3.1. Cronograma liniară

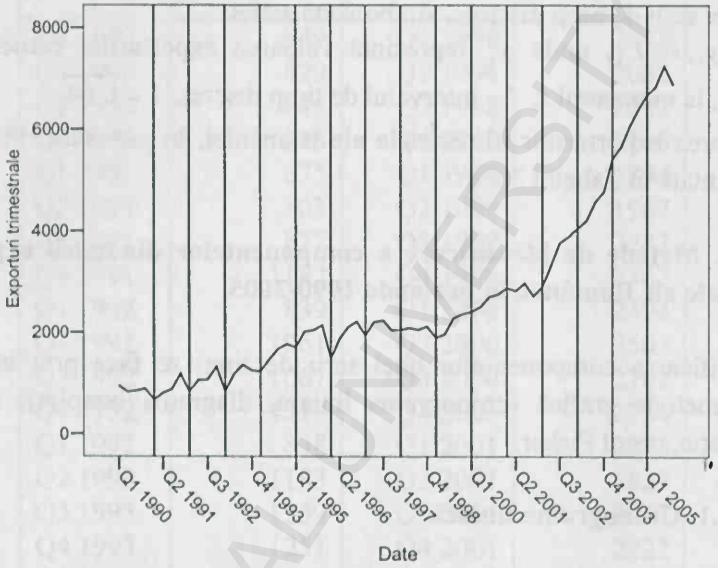
Analiza grafică a unei serii de timp permite obţinerea unor informaţii intuitive privind valorile aberante, componentele seriei, schema aditivă sau multiplicativă de agregare a componentelor.

Cronograma liniară (Figura 3.1.1) a seriei de timp definită de exporturile trimestriale ale României, în perioada 1990-2005, arată că:

- seria nu prezintă valori aberante;
- fenomenul înregistrează o tendinţă ascendentă de evoluţie, lentă până în anul 2001 şi foarte puternică în ultimii 4 ani;
- variaţiile intra-anuale delimitate prin axe verticale au un comportament asemănător în perioada analizată, cu valori minime în primul şi ultimul trimestru al fiecărui an.
- în ultimii patru ani observaţi, caracterizaţi de o explozie a exporturilor României în raport cu anii precedenţi, variaţiile sezoniere nu sunt vizibile şi foarte probabil sunt mascate de tendinţă. Această situaţie se întâlneşte atunci când seria de timp este

rezultatul agregării aditive a componentelor, iar variațiile sezoniere sunt mici în raport cu tendința.

Figura 3.1.1. *Dinamica exporturilor trimestriale ale României în perioada 1990-2005*



Analiza grafică a dinamicii trimestriale a exporturilor României (Figura 3.1.2), în perioada 1990-2005, este utilă în identificarea tendinței de evoluție a fenomenului. Se observă că în toate cele patru trimestre fenomenul urmează aceeași formă a tendinței, mai accelerată în ultimii ani. Prin umare, influența factorilor aleatori este destul de redusă, iar tendința poate fi considerată deterministă.

BCU IASI/CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Figura 3.1.2. *Dinamica trimestrială a exporturilor României, în perioada 1990-2005*

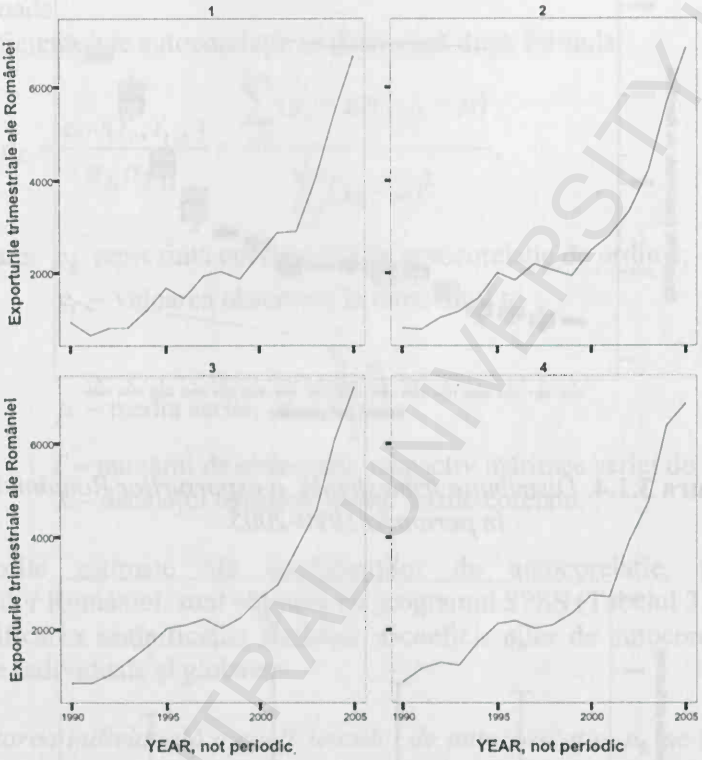


Diagrama boxplot (Figura 3.1.3) oferă informații privind forma variației unei distribuții. Boxploturile anuale prezintă forme asemănătoare ale distribuției, imprimate de acțiunea factorilor sezonieri. Nivelul mediu anual, reprezentat prin mediana fiecărui boxplot, marchează linia de tendință a exporturilor trimestriale ale României, în perioada 1990-2005. Se observă că tendința astfel marcată se suprapune peste cea reprezentată prin cronograma liniară (Figura 3.1.1), ajustată de variațiile sezoniere și aleatoare.

BCU VASILE CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Figura 3.1.3. *Distribuţia anuală a exporturilor României, în perioada 1990-2005*

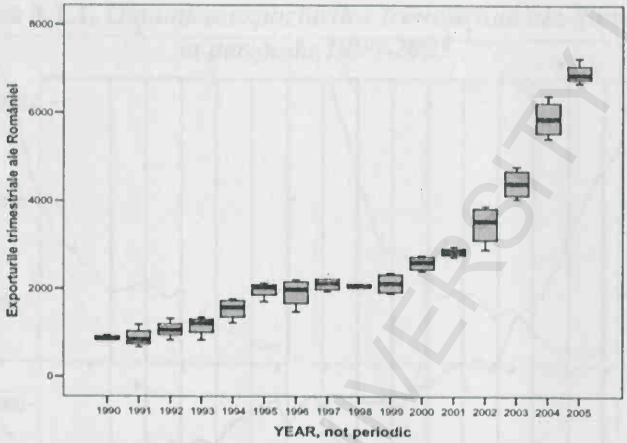
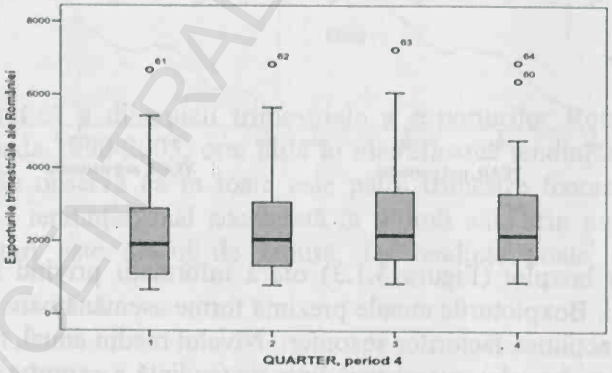


Figura 3.1.4. *Distribuţia trimestrială a exporturilor României, în perioada 1990-2005*



Boxploturile trimestriale (Figura 3.1.4) au distribuţii aproape identice, uşor asimetrice în sens pozitiv. Asimetria pozitivă este explicată de tendinţa ascendentă de evoluţie a fenomenului.

Potrivit reprezentărilor grafice, se reţin ipotezele de existenţă a tendinţei şi a componentei sezoniere în seria de timp definită de exporturile trimestriale ale României, în perioada 1990-2005.

BCU IASI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

3.1.3.2. Funcția de autocorelație

Funcția de autocorelație (ρ_k) măsoară corelația seriei cu ea însăşi, decalată cu *k* perioade.

Coeficientul de autocorelație se determină după formula:

$$\rho_k = \frac{\text{cov}(Y_t, Y_{t+k})}{\sigma_{Y_t}\sigma_{Y_{t+k}}} = \frac{\sum_{t=1}^{T-k}(y_t - \mu)(y_{t+k} - \mu)}{\sum_{t=1}^{T}(y_t - \mu)^2},$$

în care: ρ_k reprezintă coeficientul de autocorelație de ordin *k*;

y_t – valoarea observată la momentul *t*;

μ – media seriei, $\mu = \frac{\sum_{t=1}^{T} y_t}{T}$;

T – numărul de observații, respectiv mărimea seriei de timp;

k – decalajul temporal dintre seriile corelate.

Valorile estimate ale coeficienților de autocorelație, pentru seria exporturilor României, sunt obținute cu programul SPSS (Tabelul 3.1.2).

Verificarea semnificației statistice a coeficienților de autocorelație se face prin teste individuale şi globale.

Testarea individuală a coeficientului de autocorelație ρ_k se face cu testul t-Student.

Ipoteze statistice

Ipoteza nulă: coeficientul de autocorelație de ordin *k*, ρ_k este nesemnificativ statistic.

Ipoteza alternativă: coeficientul de autocorelație de ordin *k*, ρ_k este semnificativ diferit de zero.

Testul statistic: valoarea statisticii Student pentru o valoare r_k a estimatorului $\hat{\rho}_k$ se calculează după relația: $t = \frac{r_k}{\sqrt{1 - r_k^2}}\sqrt{T-2}$.

Statistica *t* urmează o distribuție student cu *t-2* grade de libertate.

BCU IASI CENTRUL UNIVERSITY LIBRARY

Pentru coeficientul de autocorelație de ordin 3, $r_{k=3} = 0{,}784$, valoarea statisticii t se determină astfel:

$$t_{r_{k=3}} = \frac{r_{k=3}}{\sqrt{1-r_{k=3}^2}}\sqrt{T-2} = \frac{0{,}784}{\sqrt{1-0{,}784^2}}\sqrt{64-2} = 9{,}94$$

Tabelul 3.1.2. *Estimarea și testarea funcției de autocorelație a exporturilor României*

Autocorrelations

Series: Exporturile trimestriale ale României

Lag	Autocorrelation	Std.Error[a]	Box-Ljung Statistic		
			Value	df	Sig.[b]
1	.934	.122	58.484	1	.000
2	.857	.121	108.507	2	.000
3	.784	.120	151.021	3	.000
4	.711	.119	186.648	4	.000
5	.633	.118	215.330	5	.000
6	.562	.117	238.323	6	.000
7	.497	.116	256.601	7	.000
8	.437	.115	271.005	8	.000
9	.381	.114	282.179	9	.000
10	.332	.113	290.775	10	.000
11	.289	.112	297.411	11	.000
12	.250	.111	302.487	12	.000
13	.203	.110	305.896	13	.000
14	.163	.109	308.132	14	.000
15	.134	.108	309.689	15	.000
16	.115	.107	310.858	16	.000

a. The underlying process assumed is independence (white noise).

b. Based on the asymptotic chi-square approximation.

Sursa: Prelucrat după Buletinul Statistic Lunar, INS, nr. 1 / 1991-2006, cu programul SPSS

Regula de decizie:

Dacă valoarea absolută calculată a statisticii t este mai mare decât valoarea teoretică, se respinge ipoteza H_0, pentru riscul α admis.

Dacă valoarea calculată a statisticii t este mai mică decât valoarea teoretică, se acceptă ipoteza H_0.

Decizie: $(t_{calc} = 9{,}94) > (t_{teor} = 1{,}96)$, se respinge ipoteza nulă H_0.

BCU IASI CENTRALA UNIVERSITARA LIBRARY

Interpretare: cu o probabilitate de 95% se poate garanta că valoarea coeficientului de autocorelație de ordin $k = 3$ este semnificativă statistic, deci există corelație între valorile observate decalate cu 3 perioade (trimestre).

Testarea globală a coeficienților de autocorelație ρ_i, $i = \overline{1,k}$ se face cu testul Box-Ljung (Q). Testul Q verifică absența tuturor autocorelațiilor unei variabile până la un decalaj temporal de ordin k.

Ipoteze statistice

Ipoteza nulă: toți coeficienții de autocorelație de ordin i, $i = \overline{1,k}$ sunt nesemnificativi statistic.

Ipoteza alternativă: există cel puțin un coeficient de autocorelație ρ_i semnificativ diferit de 0.

Statistica test Box-Ljung (Q) se determină prin relația:

$$Q = T(T+2)\sum_{i=1}^{k}\frac{r_i^2}{T-k},$$

unde k reprezintă numărul decalajelor, respectiv decalajul maxim până la care se testează absența autocorelațiilor; r_i^2 – coeficientul de autocorelație empiric, calculat pentru decalajul temporal i; T – numărul de observații sau mărimea seriei.

Statistica Q urmează asimptotic o lege de distribuție χ^2 cu k grade de libertate, $Q \sim \chi_k^2$.

Pentru decalajul $k = 3$, valoarea statisticii Q se determină astfel:

$$Q = T(T+2)\sum_{i=1}^{k}\frac{r_i^2}{T-k} = 64(64+2)\frac{0{,}934^2 + 0{,}857^2 + 0{,}784^2}{64-3} = 151{,}021$$

Valorile statisticii Q și probabilitățile *Sig* aferente, calculate pentru testarea coeficienților de autocorelație ai seriei exporturilor României, sunt obținute cu programul SPSS (Tabelul 3.1.2).

Regula de decizie:

Dacă valoarea calculată a statisticii Q este mai mare decât valoarea teoretică a statisticii χ_k^2, respectiv dacă probabilitatea *Sig* corespunzătoare valorii calculate Q este mai mică decât riscul α, se respinge ipoteza nulă H_0, pentru riscul α admis.

BCU CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Dacă valoarea calculată a statisticii Q este mai mică decât valoarea teoretică a statisticii χ^2_k, respectiv dacă probabilitatea *Sig* corespunzătoare valorii calculate Q este mai mare decât riscul α, se acceptă ipoteza nulă H_0.

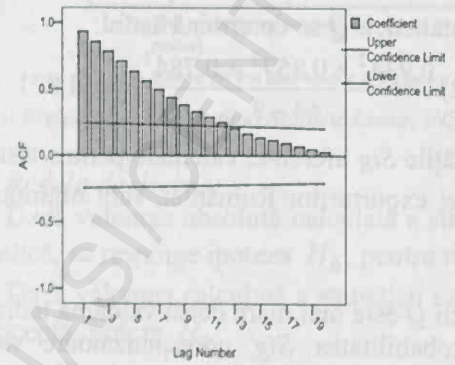
Decizie: $(Q = 151{,}021) > (\chi^2_3 = 7{,}815)$, respectiv $(sig = 0{,}00) < (\alpha = 0{,}05)$, se decide respingerea ipotezei nule H_0.

Interpretare: cu o probabilitate de 95% se poate garanta că există cel puțin un coeficient de autocorelație de ordinul $k \leq 3$ semnificativ statistic, deci seria exporturilor României prezintă cel puțin o autocorelație semnificativă până la decalajul $k = 3$.

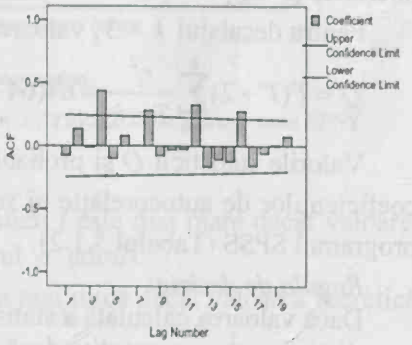
Toate probabilitățile *Sig* corespunzătoare valorilor calculate ale statisticii Q sunt mai mici decât riscul α asumat, în general $\alpha = 0{,}05$: $(sig = 0{,}000) < (\alpha = 0{,}05)$. Se respinge ipoteza nulă H_0, $\forall k$, $k \leq 20$. Seria de timp analizată prezintă autocorelații semnificative până la decalajul maxim ales, $k = 20$.

Potrivit rezultatelor obținute prin estimarea coeficienților de autocorelație (Tabelul 3.1.2), se remarcă faptul că valorile descresc concomitent cu creșterea decalajului temporal k, aspect specific seriilor de timp cu tendință. Pentru o analiză mai sugestivă a comportamentului coeficienților de autocorelație se reprezintă corelograma seriei (Figura 3.1.5.a).

Figura 3.1.5. *Corelograma seriei inițiale (a) și a seriei diferențiate regular de ordinul 1(b)*



a) Seria inițială



b) Seria diferențiată nesezonier de ordinul 1

BCU IASI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Dacă seria de timp are tendință, corelograma maschează celelalte componente ale seriei.

Cronograma seriei exporturilor României (Figura 3.1.5.a), prin reducerea lentă a coeficienților de autocorelație, semnalează prezența componentei trend.

Pentru identificarea componentelor „ascunse", se elimină tendința cu operatorul diferențelor regulare: $\Delta y_t = y_t - y_{t-1}$.

Cronograma seriilor de timp sezoniere, reprezentată pentru un număr suficient de mare de decalaje, are o formă specifică, sinusoidală. Decalajele care completează un ciclu definesc periodicitatea componentei sezoniere.

Coeficienții de autocorelație de ordin 4 și multipli de 4 din cronograma seriei exporturilor României diferențiată de ordinul 1 (Figura 3.1.5.b) depășesc limitele intervalului de încredere, fiind semnificativi statistic. Astfel, este semnalată prezența componentei sezoniere de perioadă $p = 4$, adică a sezonalității trimestriale.

3.1.3.3. Testul Fisher

Identificarea tendinței și a componentei sezoniere presupune aplicarea procedeului ANOVA bifactorială. Factorii cauză, care explică variația variabilei studiate y, sunt „anul" și „perioada". „Anul" sintetizează acțiunea factorilor permanenți, care explică tendința seriei temporale, iar „perioada" reprezintă factorii sezonieri, explicativi ai componentei sezoniere.

Principiul testului:

- dacă influența factorului „an" este semnificativă, seria temporală conține o componentă tendențială;
- dacă influența factorului „perioadă" (lună, trimestru etc.) este semnificativă, seria temporală este sezonieră.

Tabelul 3.1.3. *Tabel de sinteză pentru anova bifactorială*

Sursa variației	Componente ale variației	Grade de libertate	Estimatori ai varianței	Raportul F
Factorul „an"	$V_A = p\sum_{i=1}^{n}(\bar{y}_i - \bar{y})^2$	$v_1 = n-1$	$S_A^2 = \frac{V_A}{n-1}$	$F_A = \frac{S_A^2}{S_R^2}$
Factorul „perioadă"	$V_P = n\sum_{j=1}^{p}(\bar{y}_j - \bar{y})^2$	$v_2 = P-1$	$S_P^2 = \frac{V_P}{P-1}$	$F_P = \frac{S_P^2}{S_R^2}$

Factorul aleator	$V_R=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{P}(y_{ij}-\bar{y}_i-\bar{y}_j+\bar{y})^2$	$v_3=(n-1)(P-1)$	$S_R^2=\frac{V_R}{(n-1)(P-1)}$	
Totală	$V_T=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{P}(y_{ij}-\bar{y})^2$	$(n\times P-1)$	$S_T^2=\frac{V_T}{n\times P-1}$	

Sursa: Jaba, E., 2002, p. 365 şi Bourbonnais, R., Terraza, M., 1998, p. 18

Notaţii. Se consideră n numărul de ani observaţi, P numărul de perioade dintr-un an (P=4 pentru trimestre, P=12 pentru luni etc) şi y_{ij} valoarea variabilei corespunzătoare anului i ($i=\overline{1,n}$) şi perioadei j ($j=\overline{1,P}$).

Componentele variaţiei. Variaţia totală (V_T) se descompune în trei componente: variaţia datorată factorului „*an*" (V_a), variaţia datorată factorului „*perioadă*" (V_P) şi variaţia reziduală (V_T): $V_T=V_A+V_P+V_T$.

Se aplică ANOVA bifactorială, cu programul SPSS, pentru seria exporturilor României (Tabelul 3.1.4).

A) Identificarea prezenţei tendinţei

Ipoteze statistice

Ipoteza nulă: exporturile mediile anuale sunt egale pentru întreaga perioadă observată, 1990-2005

Ipoteza alternativă:. exporturile mediile anuale diferă pentru cel puţin doi ani ai perioadei observate.

Statistica test Fisher se calculează ca raport între estimatorul varianţei explicate prin factorul „an" şi estimatorul varianţei reziduale:

$$F_A=\frac{S_A^2}{S_R^2}=\frac{12401348{,}20}{27187{,}024}=456{,}150$$

BCU IASI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Tabelul 3.1.4. *ANOVA bifactorială pentru exporturile trimestriale ale României*

Sursa variației	Componentele variației	Grade de libertate	Estimatori ai variației	Raportul *F*	*Sig*
Anul	186020223,000	15	12401348,20	456,150	0,000
Trimestrul	783821,721	3	594607,240	21,871	0,000
Reziduu	223416,094	45	27187,024		
Total	626661309,000	64			

Sursa: Prelucrat după Buletinul Statistic Lunar, INS, nr. 1 / 1991-2006, cu programul SPSS

Regula de decizie: dacă valoarea calculată a statisticii test este mai mare decât valoarea teoretică, respectiv dacă valoarea probabilității *Sig.* asociată testului este mai mică decât riscul α ales, se decide respingerea ipotezei nule pentru riscul α admis.

Decizia:

$(F_A = 456{,}150) > (F_{15;45;0,05} = 1{,}924)$, respectiv $(sig = 0{,}00) < (\alpha = 0{,}05)$, se respinge ipoteza nulă, exporturile medii anuale diferă pe parcursul perioadei observate.

Interpretare: cu o probabilitate de 95%, se apreciază că prezența tendinței este semnificativă în componența seriei de timp definită de exporturile trimestriale ale României, în perioada 1990-2005.

B) Identificarea prezenței componentei sezoniere

Ipoteze statistice

Ipoteza nulă: exporturile mediile lunare sunt egale pentru toate cele *P* perioade sezoniere (luni) observate, $P = 12$.

Ipoteza alternativă:. exporturile mediile lunare diferă pentru cel puțin două perioade sezoniere (luni).

Statistica test Fisher se calculează ca raport între estimatorul variației explicate prin factorul „perioadă" și estimatorul variației reziduale:

$$F_P = \frac{S_P^2}{S_R^2} = \frac{594607{,}240}{27187{,}024} = 21{,}871$$

BCU IAȘI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Decizia:

$(F_P = 21{,}871) > (F_{15;45;0,05} = 2{,}839)$, respectiv $(sig = 0{,}00) < (\alpha = 0{,}05)$, se decide respingerea ipotezei nule H_0.

Interpretare: Seria de timp definită de exporturile României, în perioada 1990-2005, este caracterizată de prezența semnificativă a variațiilor sezoniere trimestriale.

Se remarcă faptul că cele trei metode folosite pentru identificarea componentelor seriei exporturilor trimestriale ale României – cronograma liniară, funcția de autocorelație, testul Fisher – au condus la aceleași concluzii: prezența semnificativă a tendinței și a componentei sezoniere în seria de timp analizată.

BCU IASI/CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

3.2. Identificarea schemei de agregare a componentelor dinamicii sosirilor în pensiunile turistice rurale din România, în perioada ianuarie 2002 – iulie 2007

Analiza preliminară a dinamicii unui fenomen constă în identificarea existenței și modalității de agregare a componentelor variației. Ne propunem o astfel de analiză asupra cererii pentru serviciile de turism rural din România. Indicatorul folosit este „sosirile în pensiunile turistice rurale din România".

3.2.1. Prezentarea problemei

Agregarea componentelor unei serii temporale se realizează sub două ipoteze de bază: aditivă și multiplicativă. Potrivit modelului de compunere ales, o serie temporală se poate scrie astfel [Jaba, E., 2002, p. 423]:

- model aditiv - $Y_t = f_t + C_t + S_t + \varepsilon_t$;
- model multiplicativ - $Y_t = f_t \times C_t \times S_t \times \varepsilon_t$,

în care: f_t reprezintă tendința; C_t - componenta ciclică; S_t - componenta sezonieră; ε_t - componenta aleatoare.

Într-un model aditiv, fenomenul Y se descompune în componente independente unele de altele. Se recomandă folosirea schemei aditive de agregare a componentelor pentru seriile temporale în care variațiile sezoniere sunt rigide în amplitudine și în perioadă, nu se modifică în timp, iar tendința nu este foarte puternică [Bourbonnais, R., Usunier, J.-C., 1997, p. 32].

Într-un model multiplicativ, fenomenul Y se descompune în componente dependente unele de altele. Se aplică seriilor temporale în care amplitudinea variațiilor sezoniere se modifică în timp, proporțional cu valoarea tendinței.

În lucrare, se urmărește identificarea schemei de agregare a componentelor seriei sosirilor în pensiunile turistice rurale din România, în perioada ianuarie 2002 – iulie 2007.

BCU "LUCIAN BLAGA" UNIVERSITY LIBRARY

3.2.2. Variabile şi date

Numărul sosirilor în pensiunile turistice rurale din România, în perioada ianuarie 2002 – iulie 2007, constituie datele unei serii de timp discrete, simbolizată astfel :

$\{ y_i, i \in I \}$,

unde: y_i reprezintă numărul sosirilor în pensiunile turistice rurale din România, la momentul *i*;

I - intervalul de timp discret, $I = 67$

Numărul de observaţii ale seriei, respectiv mărimea seriei, se notează cu *T*, *T=67.*

Numărul sosirilor în pensiunile turistice rurale din România, în perioada ianuarie 2002 – iulie 2007, este prezentat în Tabelul3.2.1.

Tabelul 3.2.1. *Numărul de sosiri în pensiunile turistice rurale din România, în perioada ianuarie 2002 – iulie 2007*

Data	Sosiri	Data	Sosiri
1	2	1	2
JAN 2002	1934	OCT 2004	8861
FEB 2002	1785	NOV 2004	7223
MAR 2002	1988	DEC 2004	8725
APR 2002	2087	JAN 2005	7934
MAY 2002	2783	FEB 2005	8256
JUN 2002	3335	MAR 2005	8826
JUL 2002	4212	APR 2005	10868
AUG 2002	5167	MAY 2005	13281
SEP 2002	2646	JUN 2005	15123
OCT 2002	1993	JUL 2005	21031
NOV 2002	1991	AUG 2005	26096
DEC 2002	2280	SEP 2005	16339
JAN 2003	1733	OCT 2005	13448
FEB 2003	1813	NOV 2005	12665
MAR 2003	2374	DEC 2005	15609
APR 2003	3004	JAN 2006	11793
MAY 2003	4266	FEB 2006	11357
JUN 2003	4684	MAR 2006	12100
JUL 2003	6982	APR 2006	15159

BCU IAŞI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

AUG 2003	8501	MAY 2006	16126
SEP 2003	4029	JUN 2006	18893
OCT 2003	3621	JUL 2006	27378
NOV 2003	3033	AUG 2006	30142
DEC 2003	3404	SEP 2006	20793
JAN 2004	2336	OCT 2006	18161
FEB 2004	2755	NOV 2006	16284
MAR 2004	4363	DEC 2006	18834
APR 2004	5889	JAN 2007	15786
MAY 2004	7731	FEB 2007	16142
JUN 2004	9741	MAR 2007	17550
JUL 2004	13795	APR 2007	20374
AUG 2004	15865	MAY 2007	23051
SEP 2004	9233	JUN 2007	26588
		JUL 2007	32174

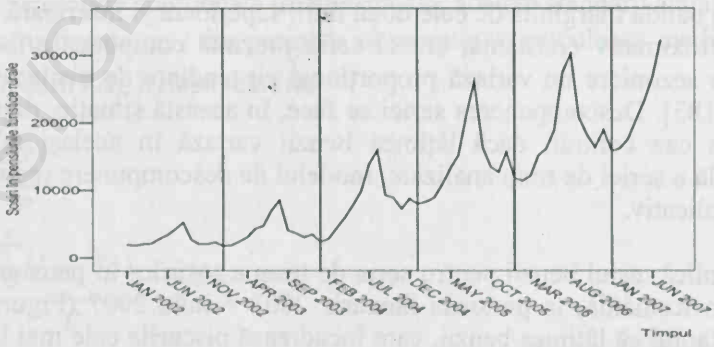
Sursa: Prelucrat după Buletinul Statistic Lunar, INS, nr. 1/ 2003-2006 şi nr. 7 / 2007

3.2.3. Identificarea componentelor dinamicii sosirilor în pensiunile turistice rurale din România, în perioada ianuarie 2002 – iulie 2007

Premergător alegerii modelului de agregare, se identifică componentele seriei de timp analizate.

Se reprezintă cronograma liniară (Figura 3.2.1) dinamicii sosirilor în pensiunile turistice rurale din România, în perioada ianuarie 2002 – iulie 2007.

Figura 3.2.1. *Dinamica numărului de sosiri în pensiunile turistice rurale din România, în perioada ianuarie 2002 – iulie 2007*



BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Analiza grafică a dinamicii fenomenului evidențiază următoarele aspecte:

- seria nu prezintă valori aberante;
- fenomenul înregistrează o tendință ascendentă de evoluție, destul de puternică;
- variațiile intra-anuale se repetă aproape identic ca formă, cu valori minime în luna februarie și valori maxime în luna august a fiecărui an; în schimb, amplitudinea variațiilor sezoniere nu este constantă pe parcursul perioadei observate, aceasta se modifică în sensul tendinței de evoluție a fenomenului.

Reprezentarea grafică este foarte clară, satisfăcătoare pentru identificarea componentelor seriei și se reține ipoteza potrivit căreia seria sosirilor în pensiunile turistice rurale din România este compusă din *tendință ascendentă și variații sezoniere.*

3.2.4. Metode de identificare a modelului de agregare a componentelor dinamicii sosirilor în pensiunile turistice rurale din România, în perioada ianuarie 2002 – iulie 2007

Identificarea modelului de agregare a componentelor unei serii de timp se face prin metode, precum: testul benzii, diagrama medie – abatere standard, testul Buys-Ballot.

3.2.4.1. Identificarea modelului de agregare a componentelor prin testul benzii

Testul benzii constă în analiza vizuală a reprezentării grafice a dinamicii seriei inițiale [Bourbonnais, R., Tarraza. M., 1993, p. 25]. Graficul este încadrat de două linii: o linie superioară, care străbate valorile „înalte" ale seriei, și una inferioară, care străbate valorile „joase".

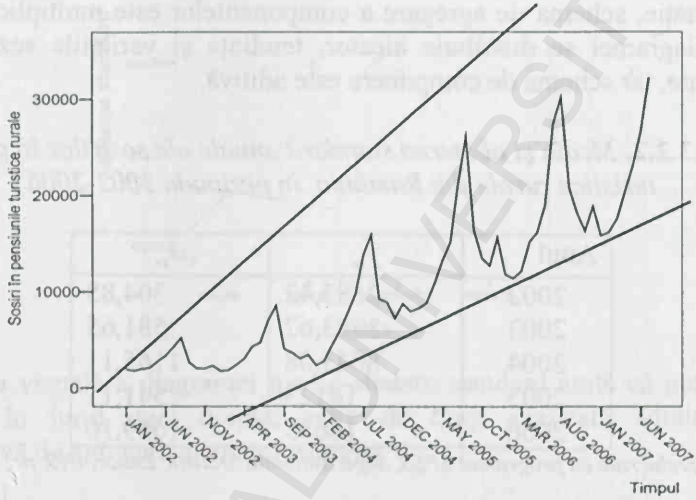
Dacă banda mărginită de cele două linii, superioară și inferioară, păstrează o lățime aproximativ constantă, atunci seria prezintă componente independente, oscilațiile sezoniere nu variază proporțional cu tendința de evoluție [Vaté, M., 1993, p. 183]. Descompunerea seriei se face, în această situație, după un model aditiv. În caz contrar, dacă lățimea benzii variază în același sens cu linia tendențială a seriei de timp analizate, modelul de descompunere recomandat este cel multiplicativ.

Se aplică testul benzii pentru seria de timp a sosirilor în pensiunile turistice rurale din România, în perioada ianuarie 2002 – iulie 2007 (Figura 3.2.2). Se remarcă faptul că lățimea benzii, care încadrează piscurile cele mai înalte și cele

mai joase ale seriei, se măreşte în timp, concomitent cu evoluţia pozitivă a liniei de trend. Se admite schema multiplicativă de agregare a componentelor seriei de timp analizate, potrivit relaţiei:

$$y_i = f_i \cdot S_i \cdot \varepsilon_i .$$

Figura 3.2.2. *Testul benzii aplicat sosirilor în pensiunile turistice rurale din România, în perioada ianuarie 2002 – iulie 2007*



3.2.4.2. Identificarea modelului de agregare a componentelor prin diagrama medie-abatere standard

Diagrama medie-abatere standard este o metodă grafică de identificare a schemei de agregare a componentelor seriei. Metoda constă în reprezentarea grafică a punctelor de coordonate (medie anuală; abatere standard anuală).

Pentru fiecare an *i* din perioada observată, se calculează media ($\bar{y}_{i\bullet}$) şi abaterea standard ($\sigma_{i\bullet}$), după relaţiile:

- $\bar{y}_{i\bullet} = \dfrac{\sum_{j=1}^{P} y_{ij}}{P}$;
- $\sigma_{i\bullet}^2 = \dfrac{\sum_{j=1}^{P} (y_{ij} - \bar{y}_{i\bullet})^2}{P}$, $\sigma_{i\bullet} = \sqrt{\sigma_{i\bullet}^2}$

în care: y_{ij} reprezintă observația corespunzătoare anului i și perioadei sezoniere j;

P – perioada variațiilor sezoniere ($P = 4$, $P = 12$ etc.).

Principiul testului este următorul: dacă punctele se distribuie în jurul unei drepte, se admite dependența dintre *tendință*, reprezentată prin nivelul mediu anual al fenomenului, și *variațiile sezoniere*, măsurate prin abaterea standard. În această situație, schema de agregare a componentelor este multiplicativă. Dacă punctele diagramei se distribuie aleator, tendința și variațiile sezoniere sunt independente, iar schema de compunere este aditivă.

Tabelul 3.2.2. *Media și abaterea standard anuale ale sosirilor în pensiunile turistice rurale din România, în perioada 2002-2006*

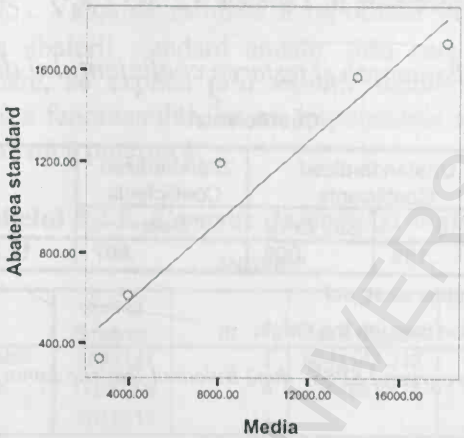
Anul	$\bar{y}_{i\bullet}$	$\sigma_{i\bullet}$
2002	2683,42	304,85
2003	3953,67	581,65
2004	8043,08	1165,11
2005	14123	1541,11
2006	18085	1689,10

Sursa: Date prelucrate cu programul SPSS, după Buletinul Statistic Lunar, INS, nr. 1/2003-2006

Se determină media și deviația standard anuale (Tabelul 3.2.2) și se reprezintă diagrama medie-deviație standard (Figura 3.2.3) pentru seria sosirilor în pensiunile turistice rurale din România, în perioada ianuarie 2002 – decembrie 2006. Se elimină anul 2007 pentru care există observații numai până în iulie 2007, întrucât valorile indicatorilor calculați, media și abaterea standard nu au aceeași semnificație ca pentru ceilalți ani.

BCU IASI/CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Figura 3.2.3. *Diagrama medie-deviație standard a sosirilor în pensiunile turistice rurale din România, în perioada ianuarie 2002 – iulie 2007*



Analiza vizuală a diagramei medie-abatere standard arată că punctele sunt distribuite în jurul unei drepte, seria de timp analizată admite schema multiplicativă de agregare a componentelor.

3.2.4.3. Identificarea modelului de agregare a componentelor prin testul Buys-Ballot

Testul Buys-Ballot este construit pe același principiu ca metoda diagramei medie-abatere standard. Testul Buys-Ballot depășește limitele identificării pe cale grafică a legăturii liniare dintre medie și abaterea standard și constă în estimarea și testarea modelului de regresie $\sigma_{i\bullet} = a + b\overline{y_{i\bullet}} + e_{i\bullet}$.

Parametrii a și b ai ecuației de regresie se estimează prin metoda celor mai mici pătrate, atunci când seria este observată pentru un număr de ani suficient de mare. Dacă valoarea coeficientului de regresie b este semnificativă statistic, se acceptă ipoteza modelului multiplicativ. În caz contrar, dacă b nu este semnificativ diferit de zero, se reține ipoteza modelului aditiv.

Numărul sosirilor în pensiunile turistice rurale din România este observat pentru un număr mic de ani. În scop didactic, parametrii ecuației de regresie dintre media și abaterea standard anuale se estimează prin metoda celor mai mici pătrate.

BCU "CAROL I" CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Se estimează ecuația de regresie cu termen constant. Pentru parametrul a se obține $(sig = 0{,}223) > (\alpha = 0{,}05)$. Se decide acceptarea ipotezei nule, deci parametrul a nu este semnificativ statistic.

Se estimează modelul fără termen constant. Rezultatele obținute cu programul SPSS sunt prezentate în Tabelele 3.2.3-3.2.5.

Tabelul 3.2.3. *Estimarea și testarea coeficientului de corelație*

Coefficients[a,b]

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	media	.106	.009	.987	12.386	.000

a. Dependent Variable: abat_std

b. Linear Regression through the Origin

Sursa: Date prelucrate cu programul SPSS, după Buletinul Statistic Lunar, INS, nr. 1/2003-2006

Ecuația de regresie este: $\sigma_{i\bullet} = 0{,}106\bar{y}_{i\bullet}$.

Se testează semnificația coeficientului de regresie b. Potrivit ipotezei nule, se consideră că b nu este semnificativ statistic. Testul folosit este *t-Student.* Riscul corespunzător valorii calculate a statisticii t este zero (Tabelul 3.2.3), mai mic decât valoarea pragului de semnificație α, în general 0,05: $(sig = 0{,}00) < (\alpha = 0{,}05)$. Se decide respingerea ipotezei nule, deci coeficientul de regresie b este semnificativ diferit de zero. Cu o probabilitate de 95%, se admite că între abaterea standard și media anuale ale numărului de sosiri în pensiunile turistice rurale din România există o legătură semnificativă. Altfel spus, variațiile sezoniere sunt dependente de tendința de variație.

Tabelul 3.2.4. *Valorile estimate ale raportului de corelație și ale raportului de determinație*

Model Summary

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	.987[b]	.975	.968	211.16693

b. Predictors: media anuala

Sursa: Date prelucrate cu programul SPSS, după Buletinul Statistic Lunar, INS, nr. 1/2003-2006

BCU IASI SOCIETATEA UNIVERSITARA LIBRARY

Valoarea estimată a raportului de corelație este $R = 0{,}987$ (Tabelul 3.2.4), foarte apropiată de valoarea maximă posibilă unu, ceea ce arată că între medie și abaterea standard anuale există o legătură puternică.

Raportul de determinație este pătratul raportului de corelație, $R^2 = 0{,}987^2 = 0{,}975$. Valoarea estimată a raportului de determinație arată că 97,5% din variația abaterii standard anuale, prin care se măsoară variațiile sezoniere și aleatoare, se explică prin variația mediei anuale, care măsoară tendința de evoluție a fenomenului. Între componentele seriei de timp analizate există o legătură statistică puternică.

Tabelul 3.2.5. *Elemente de calcul și statistica F*

ANOVA[c,d]

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	6841147	1	6841147.212	153.418	.000[a]
	Residual	178365.9	4	44591.472		
	Total	7019513	5			

a. Predictors: media

c. Dependent Variable: abat_std

d. Linear Regression through the Origin

Sursa: Date prelucrate cu programul SPSS, după Buletinul Statistic Lunar, INS, nr. 1/2003-2006

Testarea raportului de corelație

Prin ipoteza nulă, se consideră că valoarea raportului de regresie nu este semnificativă statistic.

Semnificația raportului de corelație se verifică cu testul *F*.

Potrivit rezultatelor obținute (Tabelul 3.2.5), $(sig = 0{,}00) < (\alpha = 0{,}05)$, se decide respingerea ipotezei nule, în condițiile unui risc acceptat de 5%. Raportul de corelație este semnificativ diferit de zero, legătura dintre media și abaterea standard anuale este semnificativă.

În concluzie, potrivit testului Buys-Ballot, modelul de agregare a tendinței, variațiilor sezoniere și variațiilor aleatoare ale numărului de sosiri în pensiunile turistice din România, in perioada ianuarie 2002 – decembrie 2006, este multiplicativ.

Reprezentarea grafică a seriei sosirilor în pensiunile turistice rurale din România (Figura 3.2.1) arată aceeaşi formă a dinamicii fenomenului în anul 2007 cu cea din anii precedenţi. Prin urmare, concluziile formulate pe baza testului Buys-Ballot pentru perioada 2002-2006 pot fi extinse la întreaga perioadă observată, ianuarie 2002-iulie 2007: *model multiplicativ de agregare a componentelor seriei.*

Bibliografie

1. Alonso, J.H., *Econometria de series temporales*, Editorial Universitas, S.A., Madrid, 2000
2. Andrei, T., *Statistică şi econometrie,* Ed. Economică, Bucureşti, 2003
3. Bourbonnais, R., Terraza, M., *Analyse des series temporelles. Application à l'economie et à la gestion*, Dunod, Paris, 2004
4. Chatfield, C., *The Analysis of time series. An Introduction*, 4th ed., St. Edmundsbury Press Ltd, Suffolk, 1994
5. Gujarati, D.N., *Basic Econometrics,* third edition, McGraw-Hill International Editions, Singapore, 1995
6. Jaba, E., *Statistica,* Ed. Economică, Bucureşti, ed. a III-a, 2002

BCU IASI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

3.3. Evoluția ratei de creștere a PIB-ului României, în perioada 1996-2004

3.3.1. Rata creșterii economice

Creșterea economică poate fi definită ca o majorare a capacității de producție a unei țări, identificată prin creșterea susținută a venitului național real în decursul mai multor ani.

Creșterea economică este măsurată prin *rata anuală de creștere* a PIB, PNB sau VN, exprimate în *valori reale*, obținute prin corectarea valorilor curente cu *indicele deflator*.

Orice proces de previziune și de analiză a evoluției unui fenomen trebuie să pornească de la un potențial model care să descrie evoluția fenomenului din trecut până în momentul de față și pe baza căruia să se poată efectua proiecțiile în timp ale fenomenului pentru un orizont de prognoză prestabilit.

Metodele econometrice utilizate în modelarea *ratei anuale de creștere a PIB-ului real* pot oferi modele utile în previziunea fenomenului pe termen scurt. În modelarea econometrică realizată pe parcursul acestei aplicații, vom utiliza metode folosite în modelarea seriilor de timp: *metode analitice de modelare a trendului* și *metode moderne de modelare a proceselor stohastice* specifice metodologiei Box & Jenkins (1976), *modele de tip ARIMA* (Auto Regresive, Integrate și de Medie Alunecătoare[1]).

3.3.2. Transformarea PIB-ului nominal în PIB real și calculul ratei de creștere a PIB-ului real al României entru perioada 1990-2004

Transformarea PIB-ului nominal al României în PIB real pentru perioada 1990-2004

PIB-ul României, exprimat în *prețuri curente*, Tabel 3.3.1, este un indicator statistic agregat care însă *nu oferă comparabilitate în timp* datorită efectului

---

[1] *Traducerea corectă a lui* ***mobile average*** *este* ***medie mobilă,*** *însă, pentru a corespunde acronimului* ***MA,*** *preferăm în acest caz traducerea lui prin termenul* ***medie alunecătoare.***

BCU ASCN CLUJ UNIVERSITY LIBRARY

inflației asupra monedei naționale, efect perceput ca o variație a prețurilor, de la o perioadă la alta, pentru același tip de produs.

Graficul evoluției PIB-ului net al României exprimat în ROL în perioada 1990-2004 este prezentat în Figura 3.3.1.

În prezentarea datelor am ținut cont de transformarea din RON în ROL prin înmulțirea cu 10.000 a tuturor valorilor *PIB-ului* net.

Tabelul 3.3.1. *PIB-ul nominal al României, exprimat în prețuri curente, în perioada 1990-2004*

Rangul anului *(t)*	An	PIB_t^{curent} *(mld. ROL)*
1	1990	857,9
2	1991	2203,9
3	1992	6029,2
4	1993	20035,7
5	1994	49773,2
6	1995	72135,5
7	1996	108919,6
8	1997	252925,7
9	1998	373798,2
10	1999	545730,2
11	2000	803773,1
12	2001	1167687,0
13	2002	1514750,9
14	2003	1975648,1
15	2004	2463716,5

Sursa: Raportul anual al BNR, 2004

PIB-ul măsurat în *prețuri comparabile* poartă denumirea de *PIB real,* în timp ce PIB-ul măsurat în prețuri curente porată denumirea de *PIB nominal.*

Diferența dintre *prețurile curente* și *prețurile comparabile*, corespunzătoare unuia și aceluiași moment în timp, constă în faptul că, pentru cea de-a doua categorie, au fost eliminate variațiile de preț datorate inflației pe toată perioada care desparte *perioada curentă* de *perioada* considerată ca *bază de comparație.*

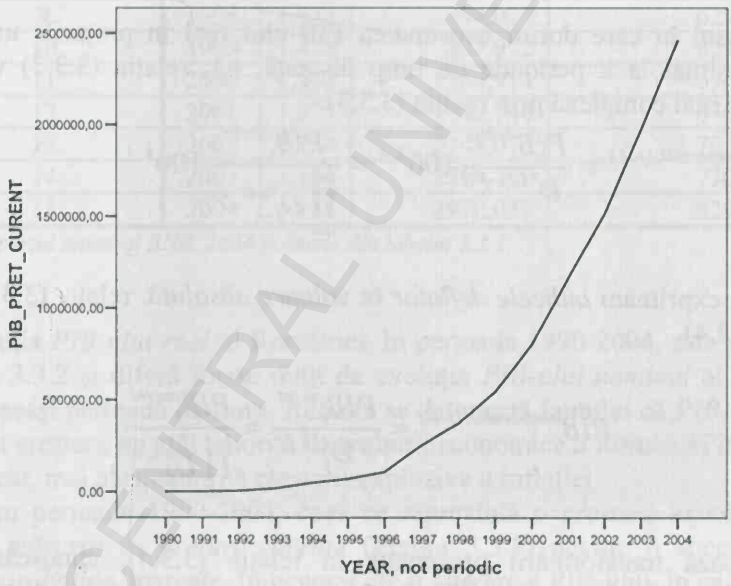
Graficul din Figura 3.3.1 prezintă o creștere exponențială a PIB-ului nominal al României, în perioada 1990-2004, creștere care nu a avut ca principal factor dezvoltarea economică a României, ci, mai degrabă, creșterea inflației în această perioadă de timp.

BCU BIBLIOTECA CENTRALĂ UNIVERSITARĂ LIBRARY

Datorită faptului că *PIB-ul net*, exprimat în *prețuri curente*, nu oferă comparabilitate în timp, este necesară transformarea acestuia în *PIB real*, exprimat în *prețuri comparabile la nivelul unui an* considerat *an de referință*. Această transformare poate fi realizată cu ajutorul *indicelui deflator*, care exprimă efectul inflației la nivelul prețurilor produselor provenite din toate sectoarele de activitate ale unei economii naționale, pe o perioadă de un an.

Cu alte cuvinte, *indicele deflator măsoară variația prețurilor produselor și serviciilor care intră în componența PIB, într-o anumită perioadă de timp*, de obicei un an.

Figura 3.3.1. *Evoluția PIB-ului nominal al României, exprimat în ROL, în perioada 1990-2004*



Deflatorul PIB se calculează ca raport între *PIB-ul nominal*, exprimat în *prețuri curente*, și *PIB-ul real*, exprimat în *prețuri comparabile*, la nivelul unui an calendaristic, conform relației (3.3.1).

$$D_t^{\%,\,(t-1)} = \frac{PIB_t^{curent}}{PIB_t^{comparabil\ ,(t-1)}} 100 \qquad (3.3.1)$$

BCU IAȘI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

unde:

- PIB_t^{curent} – PIB la momentul t exprimat în *prețurile de la momentul t*, prețuri supuse, de obicei, fenomenului inflației;
- $PIB_{t/t-1}^{comparabil}$ – PIB la momentul t exprimat în *prețurile de la momentul t* pentru care *s-a eliminat efectul inflației* pe perioada care desparte momentul t de momentul *t-1*.

Pe baza relației (3.3.1) putem obține o exprimare a *PIB-ului comparabil* la momentul t în raport cu un moment anterior, *t-1*, utilizând *indicele deflator*.

$$PIB_t^{comparabil,(t-1)} = \frac{PIB_t^{curent}}{D_t^{\%,(t-1)}} 100 \qquad (3.3.2)$$

În cazul în care dorim exprimarea PIB-ului real în prețurile unui *an de referință* situat la k perioade de timp distanță, *t-k*, relația (3.3.2) va avea o exprimare mai complexă prin relația (3.3.3):

$$PIB_t^{comparabil,(t-k)} = \frac{PIB_t^{curent}}{D_t^{\%,(t-k)}} 100^{k-1} = \frac{PIB_t^{curent}}{\prod_{i=0}^{k-1} D_{t-i}^{\%,(t-k)}} 100^{k-1} \qquad 3.3.3$$

Dacă exprimăm *indicele deflator* în *valoare absolută,* relația (3.3.3) devine relația (3.3.4).

$$PIB_t^{comparabil,(t-k)} = \frac{PIB_t^{curent}}{D_t^{t-k}} = \frac{PIB_t^{curent}}{\prod_{i=0}^{k-1} D_{t-i}^{t-i-1}} \qquad 3.3.4$$

Pe baza transformării prezentate în relația (3.3.4), cunoscând *indicii deflatori anuali* și valorile *PIB-ului nominal al României* pentru perioada studiată, se vor obține valorile *PIB-ului real* al României, exprimate în ROL, din Tabelul 3.3.2.

BCU IAȘI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Tabelul 3.3.2. *Evoluția PIB-ului real al României în perioada 1990-2004*

Rangul anului *(t)*	An	D_t^{t-1}	D_t^0 *1989=0*[2]	$PIB_t^{comp,0}$ *1989=0, (mld. ROL)*
1	1990	1,136	1,136	755,1937
2	1991	2,951	3,352	657,4222
3	1992	3,000	10,057	599,5024
4	1993	3,274	32,927	608,4950
5	1994	2,391	78,728	632,2204
6	1995	1,353	106,518	677,2113
7	1996	1,453	154,771	703,7454
8	1997	2,473	382,749	660,8127
9	1998	1,552	594,027	629,2611
10	1999	1,478	877,972	621,5803
11	2000	1,443	1266,914	634,4339
12	2001	1,374	1740,740	670,7994
13	2002	1,234	2148,073	705,1675
14	2003	1,194	2564,799	770,2936
15	2004	1,158	2970,037	829,5239

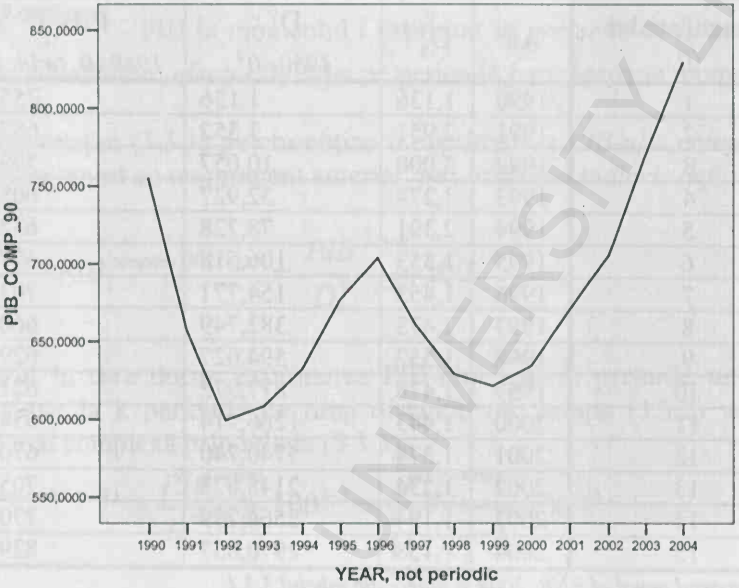
Surasa: Raportul anual al BNR, 2004 și datele din tabelul 3.3.1

Evoluția *PIB-ului real* al României, în perioada 1990-2004, este prezentată în Figura 3.3.2 și diferă foarte mult de evoluția *PIB-ului nominal* al României pentru aceeași perioadă de timp. Aceasta se datorează faptului că *PIB-nominal* a înregistrat creșteri, nu atât datorită dezvoltării economice a României în perioada studiată, cât, mai ales, datorită creșterii explozive a inflației.

Pentru perioada 1900-2004, ceea ce reprezintă o *creștere exponențială* a PIB-ului *măsurat în prețuri curente* (Figura 3.3.1) devine o succesiune de *evoluții parabolice,* marcate, în general, de o alterare a PIB-ului, în cazul în care acesta este măsurat în *prețuri comparabile* (Figura 3.3.2).

[2] Vom nota perioada *t-k* considerată bază de referință pentru prețuri prin 0.

Figura 3.3.2. *Evoluția PIB-ului real al României, exprimat în ROL, în perioada 1990-2004*



Calculul ratei de creştere a PIB-ului real al României pentru perioada 1990-2004

Transformarea de tip *rată de creştere*, Tabelul 3.3.3, are o influenţă pozitivă asupra variaţiei seriei şi echivalează cu o transformare diferenţă de ordinul I a logaritmului din valoarea PIB_{real}.

Ea mai poartă denumirea şi de *rata sporului* sau *rata rentabilităţii* pentru seriile de timp financiare.

Rata de creştere a PIB_{real} se calculează pe baza relaţiei (3.3.5).

$$r_{PIB_{real}}^{t/t-1} = \frac{PIB_{real}^{t} - PIB_{real}^{t-1}}{PIB_{real}^{t-1}} = \left(\frac{PIB_{real}^{t}}{PIB_{real}^{t-1}} - 1\right) = \frac{\Delta_{PIB_{real}}^{t/t-1}}{PIB_{real}^{t-1}} \qquad (3.3.5)$$

BCU IASI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

unde:

- PIB_{real}^{t} și PIB_{real}^{t-1} sunt valorile PIB reale înregistrate la momentele t și t-1;

- $\Delta_{PIB_{real}}^{t/t-1} = PIB_{rel}^{t} - PIB_{real}^{t-1}$ reprezintă sporul variabilei X pentru două momente succesive de timp, t și t-1.

Acest indicator poate fi exprimat și *sub formă procentuală* și arată *de câte ori* s-a *modificat nivelul unui fenomen în intervalul dintre două momente succesive, t-1* și *t*, în raport cu nivelul aceluiași fenomen la momentul *t-1*.

Rata creșterii prezintă o importanță practică deosebită în teoria economică, ea este echivalentă, la limită, în condițiile în care $-1 \leq r_{PIB_{real}}^{t/t-1} \leq 1$, cu o transformare de tip *diferență de ordinul I din seria originală logaritmată* (relația 3.3.6), ceea ce are ca efect reducerea sau chiar eliminarea nestaționarității în medie și varianță a seriei originale [8].

$$r_{PIB_{real}}^{t/t-1} \cong \ln(r_{PIB_{real}}^{t/t-1} + 1) = \ln(\frac{PIB_{real}^{\ t}}{PIB_{real}^{\ t-1}}) = \ln(PIB_{real}^{\ t}) - \ln(PIB_{real}^{\ t-1}) = \Delta_{\ln(PIB_{real})}^{t/t-1} \quad (3.3.6)$$

unde:

- $\Delta_{\ln(PIB_{real})}^{t/t-1} = \ln(PIB_{real}^{\ t}) - \ln(PIB_{real}^{\ t-1})$ - sporul *logaritmilor din valorile* PIB_{real} *la momentele t și t-1.*

Observație: Restricția $-1 \leq r_{PIB_{real}}^{t/t-1} \leq 1$ este esențială pentru a putea aproxima relația (3.3.5) prin relația (3.3.6).

Această transformare mixtă are următoarele efecte asupra seriei originale [8]:

- determină prin logaritmare *staționarizarea în varianță* a seriei originale, PIB_{real}, contribuind prin aceasta la creșterea calității estimațiilor parametrului pe baza datelor observate;

- determină prin diferența de ordinul I, numită și spor, *staționarizarea în medie* a seriei transformate prin logaritmare. Aceasta este echivalentă cu eliminarea influenței unui *trend determinist* liniar sau cu eliminarea influenței unui *trend stohastic* de ordinul I.

Observație: *Rata creșterii* este un indicator care poate fi utilizat doar pentru seriile de timp care iau valori mai mari decât zero. În cazul în care variabilele iau valori mai mici sau egale cu zero, indicatorul rata rentabilității nu mai reușește

să prezinte o imagine corectă a evoluției fenomenului și nu mai putem aproxima relația (3.3.5) cu relația (3.3.6).

Tabelul 3.3.3. *Evoluția ratei de creștere a PIB-ului real al României pentru perioada 1990-2004*

Rangul anului *(t)*	**An**	$PIB_t^{comp,0}$ *1989=0, (mld. ROL)*	$r_{PIB_{real}}^{t/t-1}$
1	1990	755,1937	-
2	1991	657,4222	-0,129
3	1992	599,5024	-0,088
4	1993	608,4950	0,015
5	1994	632,2204	0,039
6	1995	677,2113	0,071
7	1996	703,7454	0,039
8	1997	660,8127	-0,061
9	1998	629,2611	-0,048
10	1999	621,5803	-0,012
11	2000	634,4339	0,021
12	2001	670,7994	0,057
13	2002	705,1675	0,051
14	2003	770,2936	0,092
15	2004	829,5239	0,077

Sursa: Raportul anual al BNR, 2004 și datele din Tabelele 3.9.1 și 3.9.2.

Media ratelor de creștere a *PIB-ului real* în România, în perioada 1996-2004, este de 0,0089 (Tabelul 3.3.4) în timp ce *varianța* acestuia este de 0,005 care este o variație mare în comparație cu nivelul mediu (Figura 3.3.3).

Tabelul 3.3.4. *Statistici descriptive ale ratei de creștere a PIB-ului real*

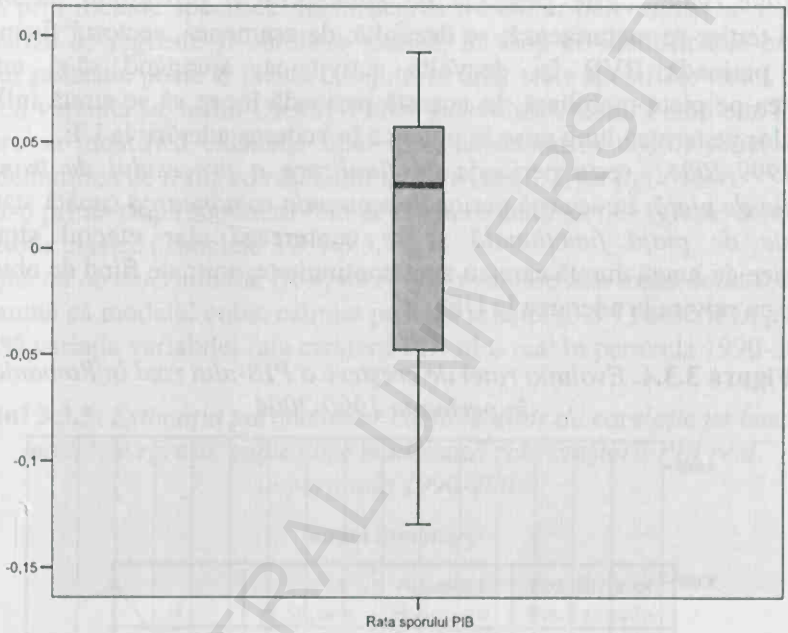
Descriptives

		Statistic	Std. Error
Rata sporului PIB	Mean	,008878	,0179583
	Median	,029835	
	Variance	,005	
	Minimum	-,1295	
	Maximum	,0924	
	Range	,2218	
	Interquartile Range	,1118	
	Skewness	-,801	,597
	Kurtosis	-,332	1,154

BCU IASI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Analiza distribuției seriei ratelor de creștere a PIB-ului real în România (Figura 3.3.3) scoate în evidență o serie cu varianță crescută, în comparație cu nivelul mediu, și lipsa valorilor extreme din cadrul acesteia.

Figura 3.3.3. *Distribuția valorilor ratei de creștere a PIB-ului real în România, în perioada 1990-2004*



Faptul că *media ratelor de creștere a PIB-ului real* în România *este aproape nulă* pentru perioada 1990-2004 scoate în evidență faptul că PIB-ul real a suferit *oscilații în jurul valorii din 1990*, în intervalul de timp prezentat, fără a se înregistra creșteri însemnate ale acestuia (Figura 3.3.2 și Figura 3.3.4). Excepție fac ultimii doi ani, 2003 și 2004, când se observă creșteri ale PIB-ului real peste nivelul PIB-ului din 1990 (Figura 3.3.2).

PIB-ul real al României în perioada 1990-2004 trece prin patru perioade distincte:

- *1990-1992* – este perioada *inițierii procesului de descentralizare a economiei* și *de inițiere în regulile economiei de piață.* Aceasta este caracterizată printr-un declin al economiei naționale, reflectat de o scădere bruscă a PIB-ului real, în paralel cu o inflație puternică;

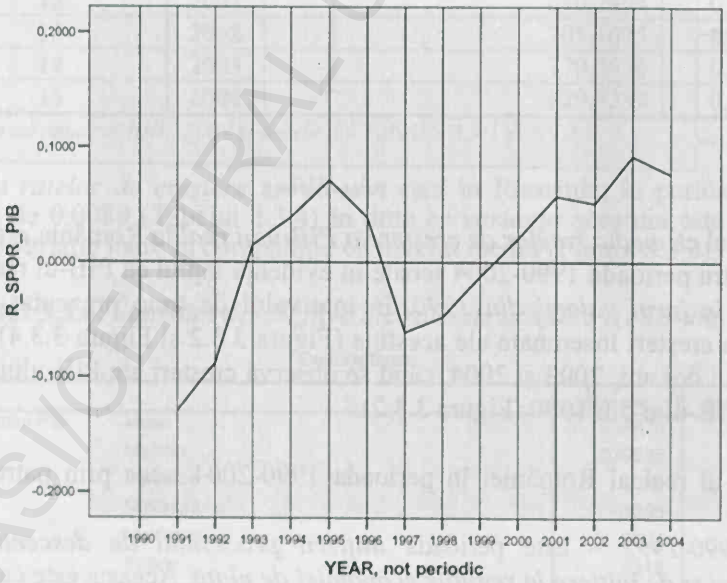
BCU INSTITUTUL CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

- *1992-1996* – este perioada *experimentării economiei de piață*. Această perioadă este caracterizată de influențe ale statului în controlarea fenomenelor macroeconomice, în special în politicile antiinflaționiste și antișomaj și în căutarea de soluții la criza din perioada anterioară. Această perioadă este, de asemenea, caracterizată de o *dezvoltare puternică a sectorului terțiar*, marcată de privatizări în masă. Este perioada *paradisului comercial*;

- *1996-1999* – este perioada de *maturizare a procesului de tranziție*. Sectorul terțiar se maturizează; se dezvoltă, de asemenea, sectorul financiar. În această perioadă BVB își dezvoltă activitatea, ajungând să-și amplifice activitatea pe piața mobiliară. În această perioadă încep să se simtă influențele strategiilor pe termen lung puse în practică în vederea aderării la UE;

- *1999-2004* – este perioada de *finalizare a procesului de tranziție la economia de piață*. În această perioadă *economia românească* capătă statutul de *economie de piață funcțională* și se conturează clar efectul strategiilor economice de lungă durată care au avut continuitate, animate fiind de obiectivele comune cu privire la aderarea la UE.

Figura 3.3.4. *Evoluția ratei de creștere a PIB-ului real în România în perioada 1990-2004*



Evoluția PIB-ului real este specifică perioadelor de tranziție la economia de piață, fiind alcătuită din alternări ale evoluțiilor pozitive cu cele negative, aceste cicluri fiind suprapuse peste perioadele electorale, cu un decalaj de maxim un an.

BCU IASI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

3.3.3. Modelarea evoluției ratei de creștere anuale a PIB-ului real al României, în perioada 1990-2004

Din analiza evoluției *ratei de creștere anuală a PIB-ului real al României* pentru perioada 1990-2004 (Figura 3.3.4) se poate afirma că seria prezintă un trend ascendent. Natura acestui trend, *determinist* (TD) sau *stohastic* (TS), va fi studiată prin metode specifice. Identificarea *trendului determinist* se realizează prin analiza de regresie și corelație clasică, în timp ce identificarea existenței trendului stohastic poate fi făcută cu ajutorul unor teste specifice: testul Dickey-Fuller, cu varianta sa, testul Dickey-Fuller generalizat, testul Peron etc. Procesul prin care se identifică existența unui trend stohastic în cadrul seriei studiate poartă denumirea de *testarea rădăcinii unitate* (engl.: *Unit Root Test*).

Într-o primă etapă supunem *rata de creștere* analizei de regresie cronologică prin metode clasice (Tabelele 3.3.5-3.3.7).

Raportul de determinație (*R square*) are o valoare mai mare decât 0,05, ceea ce înseamnă că modelul cubic estimat pe baza relației (3.3.7) descrie în proporție de 64,2% variația variabilei rata creșterii PIB-ului real în perioada 1990-2004.

Tabelul 3.3.5. *Estimația parametrilor coeficienților de corelație pe baza unui model de rgresie cubic care modelează rata creșterii PIB real, în perioada 1990-2004*

Model Summary

R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
,801	,642	,534	,046

Coeficientul de corelație, calculat pe baza unui model de regresie cubic, sugerează existența legăturii între fenomenul observat și factorul timp de intensitate peste medie. Pentru a putea utiliza estimația raportului de determinație, prezentată în Tabelul 3.3.5, este necesară testarea acestuia în raport cu valoarea zero (Tabelul 3.3.6).

Testarea parametrului *raportul de determinație* se face utilizând testul Fisher corespunzător metodei ANOVA. Rezultatele acestui test sunt prezentate în Tabelul 3.3.5 și reflectă faptul că raportul de determinație diferă semnificativ de zero, sig.=0,13 < 0,05.

Tabelul 3.3.6. *Testarea semnificației parametrului raport de determinație cu ajutorul testului Fisher*

ANOVA

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Regression	,038	3	,013	5,971	,013
Residual	,021	10	,002		
Total	,059	13			

Valorile estimate ale parametrilor modelului de regresie cubic, precum și testele asociate acestora sunt prezentate în Tabelul 3.3.7. Se observă faptul că toți parametrii modelului de regresie cubic diferă semnificativ de zero și, prin urmare, poate fi folosită cu succes estimația modelului descrisă în relația (3.3.7).

Tabelul 3.3.7. *Estimațiile parametrilor modelului de regresie cubic utilizat în modelarea ratei creșterii PIB-ului real în perioada 1990-2004 și testele asociate acestora*

Coefficients

	Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients		
	B	Std. Error	Beta	t	Sig.
Case Sequence	,129	,048	8,060	2,680	,023
Case Sequence ** 2	-,016	,006	-17,018	-2,495	,032
Case Sequence ** 3	,001	,000	9,867	2,464	,033
(Constant)	-,320	,106		-3,027	,013

Pornind de la datele din Tabelele 3.3.5-3.3.7, *trendul determinist* (TD) se va modela prin *funcția cubică* estimată de relația (3.3.7).

$$r^{t/t-1}_{PIB_{real}\ t} = -0{,}32 + 0{,}129\ t - 0{,}016t^2 + 0{,}001\ t^3 + \delta_t \qquad (3.3.7)$$

unde:

- $r^{t/t-1}_{PIB_{real}\ t}$ – rata de creștere specifică perioadei de timp [t-1, t), calculată pe baza PIB-ului real;
- t – rangul anilor ordonați crescător, $t = \overline{1,14}$

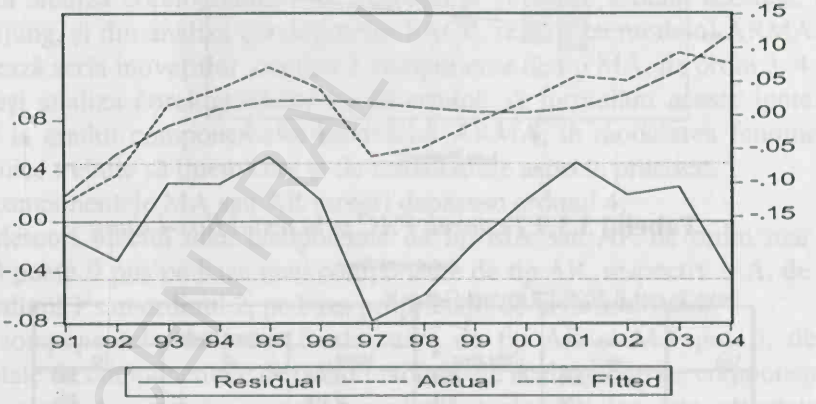
- δ_t – eroarea de modelare, inovație, calculată ca diferență dintre valorile empirice ale ratei de creștere și valorile teoretice calculate pe baza modelului estimat:

$$\delta_t = r^{t/t-1}_{PIB_{real}\ t} - (-0{,}32 + 0{,}129\ t - 0{,}016t^2 + 0{,}001\ t^3)$$

Graficul seriei *ratei de creștere ajustate* prin *modelul cubic* descris prin relația (3.3.7) este prezentat în Figura 3.3.5, alături de *seria originală* ($r^{t/t-1}_{PIB_{real}\ t}$) și de *inovație* ($\delta_t$).

Ca urmare a procesului de modelare a *ratei de creștere a PIB-ului real* (x_t), utilizând *modelul cubic* estimat prin relația (3.3.7), va rezulta o variabilă *reziduu de modelare* (δ_t), numită și inovație. Aceasta va fi variabila supusă analizei în cea de-a doua etapă a procesului de modelare prin *metode moderne de analiză de regresie cronologică, metode stohastice,* specifice metodologiei Box & Jenkins.

Figura 3.3.5. *Evoluția ratei de creștere a PIB-ului real, evoluția ratei de creștere a PIB-ului real ajustată printr-un model cubic și inovațiile specifice pocesului de modelare*



În urma aplicării testului *Augmented Dickey Fuller* (Tabelul 3.3.8) se poate afirma, cu un *risc asumat de 5%,* că *eroarea de modelare* (δ_t) *nu conține o componentă de tip trend stohastic* și, prin urmare, *nu va fi necesară diferențierea termenilor seriei.* Aceasta echivalează cu faptul că seria δ_t este o *serie integrată de ordin* d = 0, notată simbolic prin I(0). Prin urmare, componenta *eroare de modelare* (δ_t) va fi modelată printr-un model de tip ARIMA(p,0,q) sau, simplu, model ARMA(p,q).

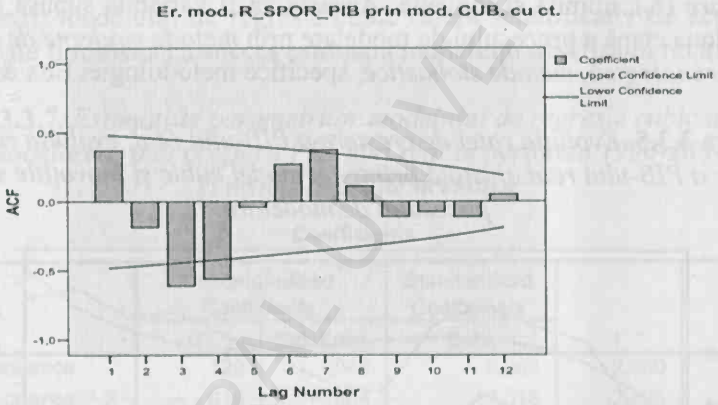
BCU CLUJ CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Tabelul 3.3.8. *Testarea rădăcinii unitate, pentru seria erorilor de modelare (δ_t)*

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-2,856	0.008
Test critical values:	*1% level*	-2,772	
H_0: *RESID_CUBIC has a unit root;*	*5% level*	-1,974	
	10% level	-1,6029	

**MacKinnon (1996) one-sided p-values.*

Figura 3.3.6. *Corelograma FAC a variabilei δ_t*



Tabelul 3.3.9. *Testarea FAC prin testul Box-Lijung*

Autocorrelations

Series: Er. mod. R_SPOR_PIB prin mod. CUB. cu ct.

Lag	Autocorrelation	Std.Error [a]	Box-Ljung Statistic		
			Value	df	Sig. [b]
1	,370	,241	2,353	1	,125
2	-,184	,231	2,988	2	,224
3	-,611	,222	10,580	3	,014
4	-,561	,211	17,619	4	,001
5	-,041	,200	17,661	5	,003
6	,269	,189	19,682	6	,003
7	,374	,177	24,168	7	,001
8	,110	,164	24,621	8	,002
9	-,110	,149	25,168	9	,003
10	-,074	,134	25,477	10	,005
11	-,112	,116	26,406	11	,006
12	,050	,094	26,684	12	,009

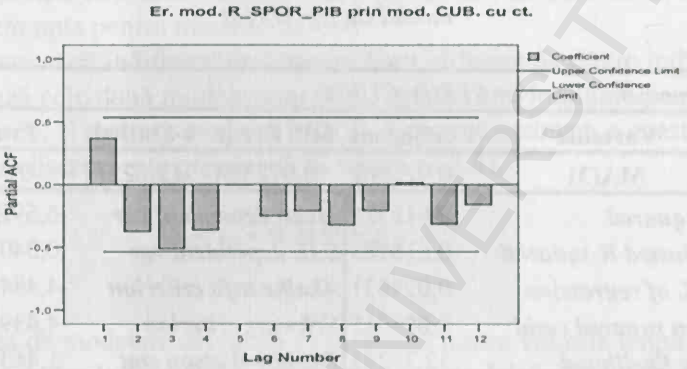
a. The underlying process assumed is independence (white noise).

b. Based on the asymptotic chi-square approximation.

BCU IAȘI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Pentru a putea identifica structura modelului ARMA vom utiliza corelograma *funcţiei de autocorelaţie* (FAC)[3], rezultatele testului Box-Lijung corespunzător FAC şi corelograma *funcţiei de autocorelaţie parţială* (FACP)[4], Tabelul 3.3.9, Figurile 3.3.6 şi 3.3.7.

Figura 3.3.7. *Corelograma FACP a variabilei δ_t*



Din analiza corelogramei FAC, coroborat cu testul asociat acesteia, testul Box-Lijung, şi din analiza corelogramei FACP, rezultă că modelul ARMA, care modelează seria inovaţiilor, conţine 3 componente de tip MA, de ordin 3, 4 şi 7.

Deşi analiza corelogramelor ne determină să formulăm aceste ipoteze cu privire la gradul componentelor modelului ARMA, în modelarea fenomenelor economice trebuie să ţinem cont şi de următoarele aspecte practice:

- componentele MA sau AR rareori depăşesc ordinul 4;
- deseori efectul unei componente de tip MA sau AR de ordin mai mare decât 4 poate fi pus pe baza unei componente de tip AR, respectiv MA, de ordin mic, ordinul 1 sau ordinul 2, pe baza proprietăţii de inversabilitate;
- componentele de ordin foarte mare de tip AR şi MA pot fi, deseori, explicitate de componentele de ordin mai mic ale aceluiaşi tip de componente.

În concluzie, putem spune că analiza corelogramelor este orientativă în procesul de modelare prin modele de tip ARIMA.

În practică, în alegerea unui model ARIMA, trebuie să se urmărească optimizarea următorilor indicatori:

- *micşorarea* valorilor *indicatorilor acurateţei modelului.* În cadrul acestor indicatori, încadrăm următorii indicatori: R^2 *ajustat*, *criteriul informaţiei Akaike*, *criteriul informaţiei Schwarz* ş.a.;

---

[3] *engl.* ACF
[4] *engl.* PACF

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

- obținerea de *valori semnificativ diferite de zero* pentru parametrii modelului.

În final, pentru modelarea inovațiilor (δ_t), se optează pentru alegerea unui model de tip MA(3) sau a unui model de tip MA(4) pentru care obținem indicatorii prezentați în Tabelul 3.3.10, respectiv Tabelul 3.3.11.

Tabelul 3.3.10. *Indicatorii corespunzători modelării δ_t printr-un model de tip MA(3)*

Dependent Variable: RESID_CUBIC				
Variable	**Coefficient**	**Std. Error**	**t-Statistic**	**Prob.**
MA(3)	-0,915962	0,072568	-12,62219	0,0000
R-squared	0,618785	***Mean dependent var***		-6,59E-17
Adjusted R-squared	0,618785	***S.D. dependent var***		0,040217
S.E. of regression	0,024831	***Akaike info criterion***		-4,484701
Sum squared resid	0,008015	***Schwarz criterion***		-4,439054
Log likelihood	32,39291	***Durbin-Watson stat***		1,463395
Inverted MA Roots	0,97	-0,49+0,84i		-0,49-0,84i

Tabelul 3.3.11. *Indicatorii corespunzători modelării δ_t printr-un model de tip MA(4)*

Dependent Variable: RESID_CUBIC				
Variable	**Coefficient**	**Std. Error**	**t-Statistic**	**Prob.**
MA(4)	-0,888157	0.076852	-11.55676	0.0000
R-squared	0,560210	***Mean dependent var***		-6,59E-17
Adjusted R-squared	0,560210	***S.D. dependent var***		0,040217
S.E. of regression	0,026671	***Akaike info criterion***		-4,341766
Sum squared resid	0,009247	***Schwarz criterion***		-4,296119
Log likelihood	31,39236	***Durbin-Watson stat***		1,312515
Inverted MA Roots	0,97	-0,00+0,97i	-0,00-.97i	-0,97

BCU IAȘI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Prin compararea indicatorilor specifici celor două modele, MA(3) și MA(4), prezentați în Tabelul 3.3.8 și Tabelul 3.3.9, în funcție de criteriul pe care îl fixăm ca fiind cel mai puternic, putem alege unul sau altul dintre modele:

- dacă fixăm ca prim criteriu în alegerea modelului: R^2 *maxim* și *suma pătratelor erorilor de modelare minimă*[5] – putem opta pentru modelul MA(3);
- dacă fixăm ca prim criteriu în alegerea modelului: *criteriul informației Akaike în valoare absolută – minim* sau *criteriul Schwarz în valoare absolută – minim*, putem opta pentru modelul MA(4).

De remarcat că indiferent de criteriul fixat, diferențele dintre indicatorii care caracterizează cele două modele sunt mici, caz în care vom opta pentru modelul cel mai simplu, și anume, modelul MA(3). Expresia estimată a acestuia pe baza eșantionului observat este prezentată în relația (3.3.8).

$$\delta_t = \varepsilon_t + 0{,}91596\ \varepsilon_{t-3} \qquad (3.3.8)$$

unde:

- δ_t - eroarea de modelare calculată ca diferență dintre valorile empirice ale ratei de creștere și valorile teoretice calculate pe baza modelului estimat:

$$\delta_t = x_t - (-0{,}32 + 0{,}129\ t - 0{,}016\ t^2 + 0{,}001\ t^3)$$

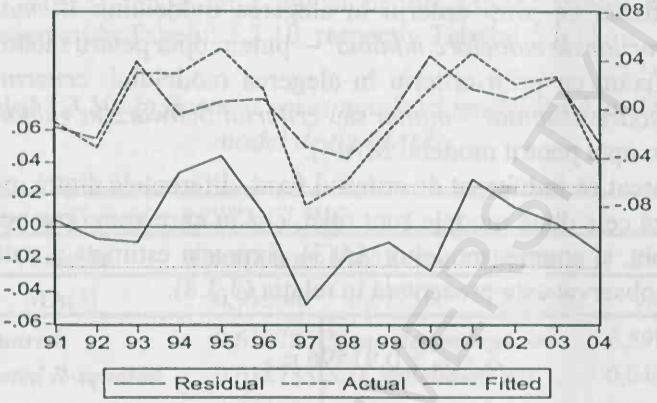
- ε_t, ε_{t-3} – eroarea rezultată în urma modelării δ_t prin modelul de tip MA(3) descris prin relația (3.3.8) și eroarea decalată cu trei perioade de timp față de momentul t.

Seria inovațiilor (δ_t), *seria ajustată prin modelul MA(3)* descris prin relația (3.3.8) și seria *erorilor de modelare* (ε_t) rezultate sunt prezentate grafic în Figura (3.3.8).

[5] *engl.* Sum Squared Residual sau Sum Squared Error

BCU IASI/CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Figura 3.3.8. *Erorile de modelare (δ_t) şi inovaţiile (ε_t) rezultate în urma modelării δ_t printr-un model MA(3)*



Eroarea de modelare (ε_t) rezultată în urma procesului de modelare a *variabilei* δ_t printr-un model de tip MA(3), descris prin relaţia (3.3.8), trebuie să îndeplinească trei ipoteze:

1. *Ipoteza de normalitate,* care, în cazul nostru, a fost testată prin testul Jarque-Bera aplicat reziduului de modelare (ε_t), Figura 3.3.9;

2. *Ipoteza de homoscedaticitate,* care, în cazul nostru, a fost testată utilizând *coeficientul de corelaţie a rangurilor Spearman, dintre variabila* δ_t *şi* $|\varepsilon_t|$, Tabelul 3.3.14;

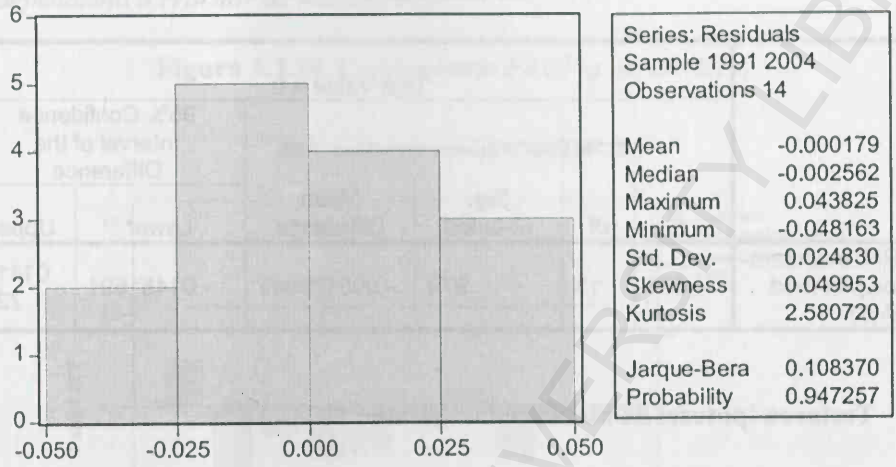
3. *Ipoteza de independenţă* a *reziduului de modelare* (ε_t), care, în cazul nostru, a fost testată cu ajutorul corelogramei FACP, Figura 3.3.10.

Testarea ipotezei de normalitate

Rezultatele testării ipotezei de normalitate a erorilor de modelare (ε_t), prin testul Jarque-Bera, Figura 3.3.9, ne determină să acceptăm ipoteza de normalitate, *probability* =0,947 > 0,05. Astfel, putem accepta faptul că eroarea de modelare urmează o distribuţie normală.

BCU IAŞI CENTRUL UNIVERSITAR LIBRARY

Figura 3.3.9. *Testarea ipotezei de normalitate a erorilor de modelare (ε$_t$)*



Alături de testarea normalității distribuției erorilor de modelare mai există o ipoteză care trebuie testată simultan, şi anume, ipoteza care ne asigură că media erorilor de modelare nu diferă semnificativ de zero. Această ipoteză trebuie asigurată deoarece ea este importantă în procesul estimării, asigurând estimații nedeplasate ale parametrilor.

Testarea parametrului erorilor de modelare în raport cu valoarea zero se realizează cu ajutorul *testului t*, iar rezultatele procesului de testare sunt prezentate în Tabelul 3.3.13.

Tabelul 3.3.12. *Statistici descriptive ale seriei erorilor de modelare*

One-Sample Statistics

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
ERR. modelare inov.prin mod MA(3)	14	-,000179	,024830268	,006636168

Din analiza datelor din Tabelul 3.3.12 se observă că media erorii de modelare este -0,000179, iar ea nu diferă semnificativ de zero, Tabelul 3.3.13. Intervalul de încredere corespunzător parametrului medie a erorii de modelare, calculat cu o probabilitate de 95%, este [0,014516; 0,014157].

BCU "ASE" CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Tabelul 3.3.13. *Testarea mediei erorilor de modelare (ε_t) în raport cu valoarea 0*

	Test Value = 0					
					95% Confidence Interval of the Difference	
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Lower	Upper
ERR. modelare inov.prin mod MA(3)	-,027	13	,979	-,000179345	-,01451591	,01415723

Testarea ipotezei de homoscedasticitate

Rezultatele testării *ipotezei de homoscedasticitate* asupra erorilor de modelare rezultate (ε_t), Tabelul 3.3.14, ne determină să acceptăm ipoteza de homoscedasticitate deoarece coeficientul de corelație Spearman nu diferă semnificativ de zero, sig.=0,692 > 0,05. Testarea homoscedasticității a fost realizată cu ajutorul coeficientului de corelație a rangurilor Spearman dintre valoarea absolută a erorii de modelare ($|\varepsilon_t|$) și variabila δ_t.

Tabelul 3.3.14. *Coeficientul de corelație a rangurilor Spearman dintre variabila δ_t și $|\varepsilon_t|$ și testarea acestuia*

Correlations

			Year, not periodic	MOD_ER_MA3
Spearman's rho	Year, not periodic	Correlation coefiicient	1,000	,116
		Sig. (2-tailed)	.	,692
		N	15	14
	MOD_ER_MA3	Correlation coefiicient	;116	1,000
		Sig. (2-tailed)	,692	.
		N	14	14

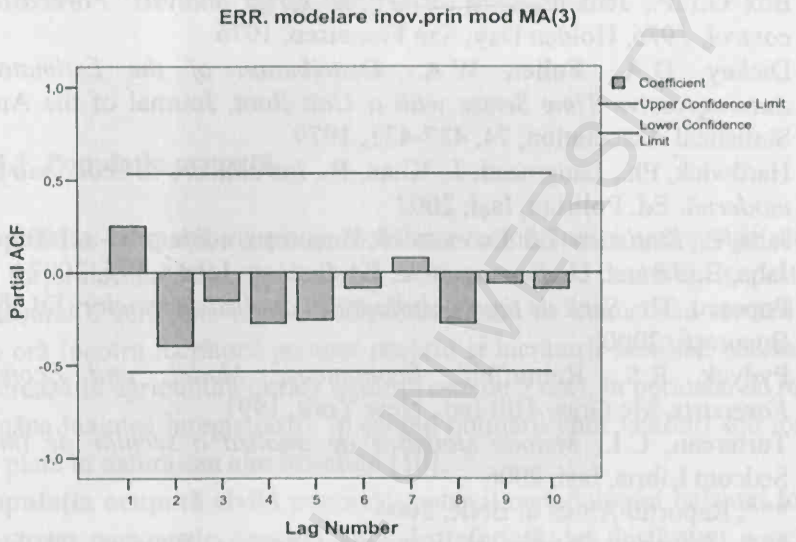
Testarea ipotezei de independență

Se face cu ajutorul corelogramei FACP a erorii de modelare (Figura 3.3.10). Din analiza acesteia se poate observa că eroarea de modelare nu prezintă

BCU ASIC-NTTA UNIVERSITY LIBRARY

componente autoregresive și, prin urmare, putem spune că acceptăm *ipoteza de independență a erorilor de modelare* (ε_t) .

Figura 3.3.10. *Corelograma FACP a variabilei* ε_t



Ca urmare a îndeplinirii celor trei condiții putem spune că reziduul de modelare (ε_t) este un proces de tip *zgomot alb* care urmează o distribuție *normală,* de medie zero.

3.3.4. Rezultatul modelării ratei de creștere a PIB-ului real al României, în perioada 1990-2004

În urma procesului de modelare a *ratei de creștere a PIB-ului real* al României în perioada 1990-2004, a fost obținut un *model econometric univariat mixt* descris prin două ecuații de regresie, relația (3.3.7) și relația (3.3.8).

Prima ecuație este specifică unui *trend determinist* modelat printr-o *curbă polinomială de ordin 3*, relația (3.3.7). Cea de-a doua ecuație, relația (3.3.8), este specifică unui *model stohastic de tip medie mobilă de ordin 3*, MA(3), și este construită pentru variabila *reziduu de modelare* (δ_t) rezultată în urma ajustării *ratei de creștere a PIB real* (x_t) prin modelul cubic estimat prin relația (3.3.7). Acest model poate fi utilizat în previziuni pe termen scurt ale creșterii economice a României.

BCU CLUJ CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Bibliografie

1. Bera, A.K., Jarque, C.M., *Efficient tests for normality, homoscedasticity and serial independence of regression residuals*, Economics Letters 6 (3): 255-259, Elsevier Editors Home, 1980
2. Box G.E.P., Jenkins, G.M., *The time series analysis: Forecasting and control, 1976,* Holden Day, San Francisco, 1976
3. Dickey, D.A., Fuller, W.A., *Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root*, Journal of the American Statistical Association, 74, 427-431, 1979
4. Hardwick, Ph., Langmead, J., Khan, B., *Introducere în economia politică modernă,* Ed. Polirom, Iaşi, 2002
5. Jaba, E., *Statistica.* Ed. Economică, Bucureşti, ediţia a III-a, 2002
6. Jaba, E., Jemna, D., *Econometrie*, Ed. Sedcom Libris, Iaşi, 2007
7. Popescu, Th., *Serii de timp – Aplicaţii în analiza sistemelor*, Ed. Tehnică, Bucureşti, 2000
8. Pydyck, R.S., Rubinffeld, *Econometric Models and Econometric Forecasts*, Mc.Graw-Hill Inc., New York, 1991
9. Turturean, C.I., *Metode statistice de analiză a seriilor de timp,* Ed. Sedcom Libris, Iaşi, 2006
10. ***, Raportul Anual al BNR, 2004
11. ***, Anuarul Statistic al României, Revista Română de Statistică, Bucureşti, 2006
12. ***, http://epp.eurostat.ec.europa.eu

BCU IASI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

3.4. Evoluția populației ocupate în România, în perioada 1990-2006

3.4.1. Populația ocupată

Populația ocupată cuprinde, conform metodologiei „cercetării statistice asupra forței de muncă în gospodării", toate persoanele de 15 ani și peste, care au desfășurat o activitate economică producătoare de bunuri sau servicii de cel puțin o oră (pentru lucrătorii pe cont propriu și lucrătorii familiali neremunerați care lucrează în agricultură durata minimă este de 5 ore), în perioada de referință (săptămâna înaintea înregistrării), în scopul obținerii unor venituri sub formă de salarii, plată în natură sau alte beneficii [10].

Populația ocupată civilă cuprinde, potrivit metodologiei balanței forței de muncă, toate persoanele care, în anul de referință, au desfășurat o activitate economico-socială aducătoare de venit, cu excepția cadrelor militare și a persoanelor asimilate acestora (personalul M.Ap.N., M.A.I., S.R.I., militari în termen, a salariaților organizațiilor politice, obștești și a deținuților) [10].

Indicatorii *populației ocupate civile*, alături de *rata șomajului* și *populația activă* pot oferi o imagine completă a dimensiunii și puterii de absorbție a pieței muncii.

Gradul de ocupare a populației civile a fost și rămâne un obiectiv major al României în procesul de integrare în politicile UE.

3.4.2. Prezentarea generală a datelor

Populația ocupată civilă reprezintă forța de muncă *disponibilă* și *absorbită de piața muncii*. Sursa datelor aplicației o constituie *Anuarul Statistic al României* din 2006 și cuprinde date cu privire la *populația ocupată civilă din România*, corespunzătoare perioadei 1990-2005 (Tabelul 3.4.1).

BCU IASI - BABEȘ-BOLYAI UNIVERSITY LIBRARY

Tabelul 3.4.1. *Populația civilă ocupată din România, în perioada 1990-2005*

Rangul perioadei *(t)*	Ani	Populația ocupată civilă *(mii persoane)*	Rangul perioadei *(t)*	Ani	Populația ocupată civilă *(mii persoane)*
1	1990	10840	9	1998	8813
2	1991	10786	10	1999	8420
3	1992	10458	11	2000	8629
4	1993	10062	12	2001	8563
5	1994	10011	13	2002	8329
6	1995	9493	14	2003	8306
7	1996	9379	15	2004	8238
8	1997	9023	16	2005	8390

În perioada 1990-2005, pe piața muncii, în activități civile, au fost absorbite în medie un număr de *9233,75 mii* de persoane. Gradul de dispersare a valorilor în jurul nivelului mediu este destul de ridicat, seria este ușor asimetrică la dreapta, *0,618*, și prezintă o aplatizare de intensitate medie, *-1,134* (Tabelul 3.4.2).

Tabelul 3.4.2. *Statistici descriptive*

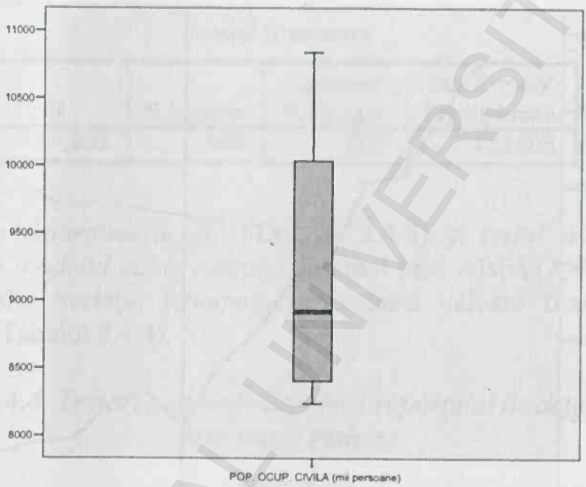
Descriptives

			Statistic	Std. Error
POP. OCUP. CIVILA (mii persoane)	Mean		9233,75	232,278
	95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound	8738,66	
		Upper Bound	9728,84	
	5% Trimmed Mean		9199,83	
	Median		8918,00	
	Variance		863247,9	
	Std. Deviation		929,111	
	Minimum		8238	
	Maximum		10840	
	Range		2602	
	Interquartile Range		1652	
	Skewness		,618	,564
	Kurtosis		-1,134	1,091

BCU IASI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Din reprezentarea grafică a distribuției prin diagrama Box & Plot (Figura 3.4.1) se observă că, pentru valori depășind *nivelul median, 8918 mii* persoane, valorile populației civile ocupate sunt mai dispersate. Această situație este specifică perioadei 1990-1997 (Tabelul 3.4.1).

Figura 3.4.1. *Distribuția populației ocupate civile din România, în perioada 1990-2005*



3.4.3. Prezentarea grafică a datelor

Din reprezentarea grafică a evoluției populației ocupate civile se poate observa că, pentru perioada 1990-1999, a avut loc o scădere puternică a acesteia. Scăderea poate fi datorată legislației care a încurajat pensionarea anticipată ca strategie de evitare a creșterii ratei șomajului și, de asemenea, poate fi pusă pe seama perioadei de recesiune economică, caracteristică anilor postrevoluționari, 1990-1999. Pentru această perioadă se observă o scădere a populației ocupate civile, de la *10.840* la *9.023 mii* de persoane, ceea ce echivalează cu o retragere de pe piața națională a muncii a unui efectiv de *1.717 mii* persoane, care fie s-au pensionat, fie s-au orientat spre piețe de muncă externe.

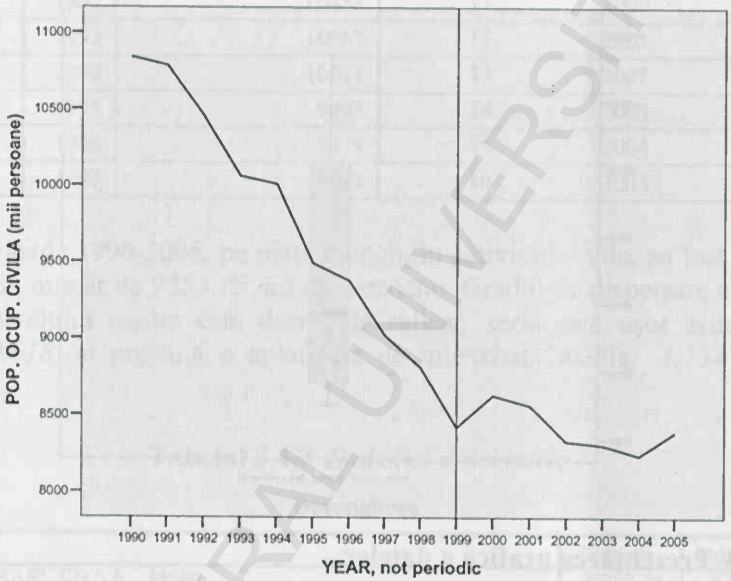
În intervalul 1999-2005 are loc o stabilizare a pieței muncii, ajungându-se la o evoluție echilibrată, populația ocupată civilă menținându-se în intevalul *[8.238; 8.813] mii* persoane.

Analizând graficul din Figura 3.4.2 putem formula două ipoteze cu privire la evoluția populației civile ocupate. Aceasta se înscrie pe un trend descendent care poate fi descris de un model *parabolic* sau de către *un model cubic*.

BCU CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Având în vedere tendința actuală a economiei României de a intra într-o evoluție ascendentă, putem să previzionăm o viitoare stabilizare a populației ocupate civile, în jurul efectivului actual, urmată de creșteri ușoare, dar constante.

Figura 3.4.2. *Evoluția populației ocupate civile în România în perioada 1990-2005*



3.4.4. Estimarea parametrilor modelului

Pe baza *raportului de determinație* și a *pătratului erorilor de modelare* am ales *modelul cubic* pentru a descrie evoluția *populației ocupate civile* din România în perioada analizată.

Forma generală a *modelului cubic* va fi dată de relația (3.4.1) și vom conveni să numim acest model *modelul cubic complet*, deoarece el include toate componentele de ordin inferior.

$$PCO_t = \alpha + \beta_1 t + \beta_2 t^2 + \beta_3 t^3 \qquad (3.4.1)$$

unde:

- PCO_t – populația ocupată civilă, corespunzătoare momentului t;
- t – rangul perioadei de timp.

BCU IAȘI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

În urma procesului de estimare a parametrilor modelului cubic complet (Tabelul 3.4.5) se obține estimația acestuia prezentată în relația (3.4.2).

$$PCO_t = 11190{,}978 + -236{,}846\ t\ + -10{,}587\ t^2 + 0{,}905\ t^3 \qquad (3.4.2)$$

Tabelul 3.4.3. *Estimațiile coeficienților de corelație calculați pe baza modelului cubic complet*

Model Summary

R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
,993	,986	,982	123,605

Raportul de determinație, R^2 (Tabelul 3.4.5) și *testul asociat acestuia* reflectă faptul că *modelul cubic complet*, estimat prin relația (3.4.2), reușește să explice 98,6% din variația fenomenului, această valoare fiind semnificativ diferită de zero (Tabelul 3.4.4).

Tabelul 3.4.4. *Testarea semnificativității raportului de determinație prin testul Fisher*

ANOVA

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Regression	12765380	3	4255126,734	278,509	,000
Residual	183338,8	12	15278,233		
Total	12948719	15			

Testarea semnificativității parametrilor modelului descris de relația (3.4.1) scoate în evidență faptul că parametrul β_2 nu diferă semnificativ de zero. Această concluzie ne constrânge la utilizarea unui *model cubic redus*, relația (3.4.3).

$$PCO_t = \alpha + \beta_1\ t + \beta_3\ t^3 \qquad (3.4.3)$$

BCU IASI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Tabelul 3.4.5. *Estimațiile coeficienților de regresie corespunzători modelului cubic complet*

Coefficients

	Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
	B	Std. Error	Beta		
Case Sequence	-236,846	78,722	-1,214	-3,009	,011
Case Sequence ** 2	-10,587	10,593	-,949	-,999	,337
Case Sequence ** 3	,905	,410	1,279	2,204	,048
(Constant)	11190,978	159,354		70,227	,000

Estimațiile parametrilor *modelului cubic redus* descris prin relația (3.4.3) și testele asociate acestora sunt prezentate în Tabelul 3.4.6. De această dată, se observă că toți parametrii *modelului cubic redus* sunt semnificativ diferiți de zero.

$$PCO_t = 11321{,}67 - 313{,}5622\ t + 0{,}499448\ t^3 \qquad (3.4.4)$$

Tabelul 3.4.6. *Estimațiile coeficienților de regresie corespunzători modelului cubic redus, rezultatul testării acestora și indicatorii de calitate ai modelului*

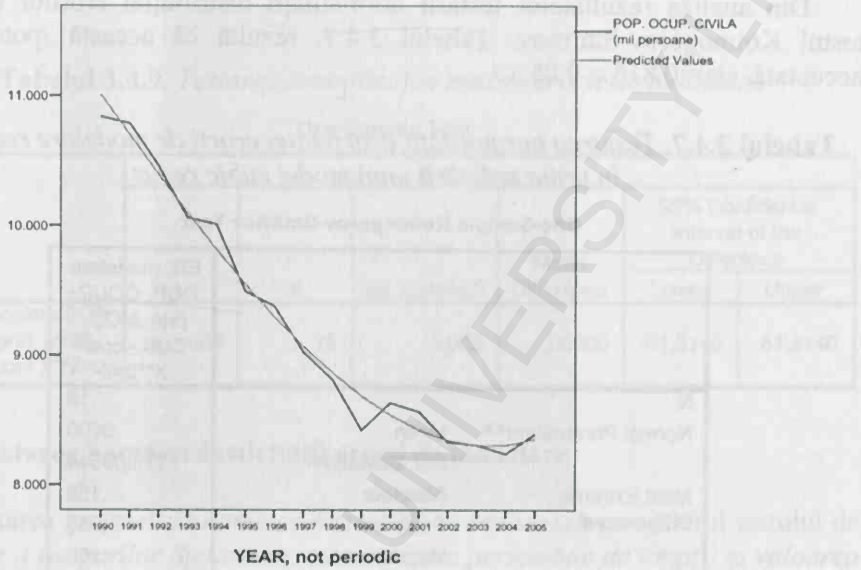
	Coefficient	**Std. Error**	**t-Statistic**	**Prob.**
α	11321,67	91,07858	124,3066	0,0000
β_1	-313,5622	17,48147	-17,93683	0,0000
β_3	0,499448	0,063364	7,882141	0,0000
R-squared	0,984663	*Mean dependent var*		9233,750
Adjusted R-squared	0,982303	*S.D. dependent var*		929,1114
S.E. of regression	123,6001	*Akaike info criterion*		12,63934
Sum squared resid	198600,8	*Schwarz criterion*		12,78420
Log likelihood	-98,11472	*F-statistic*		417,2982
Durbin-Watson stat	2,233938	*Prob. (F-statistic)*		0,000000

Modelul estimat prin relația (3.4.3) descrie *98,466%* din variația populației ocupate civile (Tabelul 3.4.6), oferind o ajustare bună a evoluției acesteia.

În Figura 3.4.3 este prezentată ajustarea seriei originale prin modelul cubic redus descris de relația (3.4.4).

BCU ASE CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Figura 3.6.3. *Populația ocupată civilă din România în perioada 1990-2005, ajustată printr-un model cubic*



3.4.5. Testarea ipotezelor cu privire la eroarea de modelare

Calitatea modelului estimat în etapa anterioară trebuie verificată prin analiza erorilor de modelare rezultate.

Analiza erorilor de modelare constă în testarea următoarelor ipoteze:

1. *ipoteza de normalitate* şi testarea semnificativității mediei erorilor de modelare, parametru, în raport cu zero;
2. *ipoteza de homoscedasticitate;*
3. *ipoteza de independență.*

În funcție de rezultatele testării celor trei ipoteze, se poate decide:

- corectarea modelului estimat anterior, în cazul în care abaterile de la ipotezele enunțate nu sunt majore;
- utilizarea metodologiei Box & Jenkins în modelarea erorilor rezultate.

BCU IAȘI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Testarea normalității erorii de modelare şi a mediei erorilor de modelare

Din analiza rezultatelor testării normalității distribuției erorilor utilizând testul Kolmogorov-Smirnov, Tabelul 3.4.7, rezultă că această ipoteză este acceptată, sig.=0,816 > 0,05.

Tabelul 3.4.7. *Testarea normalității distribuției erorii de modelare rezultate în urma aplicării unui model cubic redus*

One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test

		ER. modelare POP_OCUP. prin MOD. CUB.- coef X**2=0
N		16
Normal Parameters[a,b]	Mean	,0000
	Std. Deviation	115,06544
Most Extreme Differences	Absolute	,159
	Positive	,088
	Negative	-,159
Kolmogorov-Smirnov Z		,634
Asymp. Sig. (2-tailed)		,816

a. Test distribution is Normal.

b. Calculated from data.

Statisticile descriptive corespunzătoare seriei erorilor de modelare sunt prezentate în Tabelul 3.4.8.

Tabelul 3.4.8. *Statistici descriptive ale seriei erorilor de modelare rezultate în urma aplicării unui model cubic redus*

One-Sample Statistics

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
ER. modelare POP_ OCUP.prin MOD. CUB.- coef X**2=0	16	,0000	115,06544	28,76636

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

În urma testării mediei erorilor de modelare (Tabelul 3.4.9) se observă că acestea nu diferă semnificativ de zero. *Distribuția normală*, de medie zero, a *erorilor de modelare* asigură nedeplasarea estimatorilor parametrilor ecuației de regresie.

Tabelul 3.4.9. *Testarea semnificației mediei erorii de modelare*

One-Sample Test

	Test Value = 0					
					95% Confidence Interval of the Difference	
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Lower	Upper
ER. modelare POP_ OCUP.prin MOD. CUB.- coef X**2=0	,000	15	1,000	,00000	-61,3140	61,3140

Teastarea homoscedasticității erorii de modelare

Testarea *ipotezei de homoscedasticitate* se realizează cu ajutorul testului de *corelație a rangurilor Spearman,* calculat între *perioadele de timp(t)* și *valoarea absolută a erorilor de modelare.*

În Tabelul 3.4.10 sunt prezentate rezultatele corespunzătoare testării *coeficientul de corelație al rangurilor Spearman*, parametru. Acesta nu diferă semnificativ de zero, sig.=0,196> 0,005, ceea ce este echivalent cu *acceptarea ipotezei de homoscedasticitate* cu privire la erorile de modelare.

Tabelul 3.4.10. *Testarea homoscedasticității erorii de modelare rezultate în urma ajustării seriei orginale printr-un model cubic redus*

Correlations

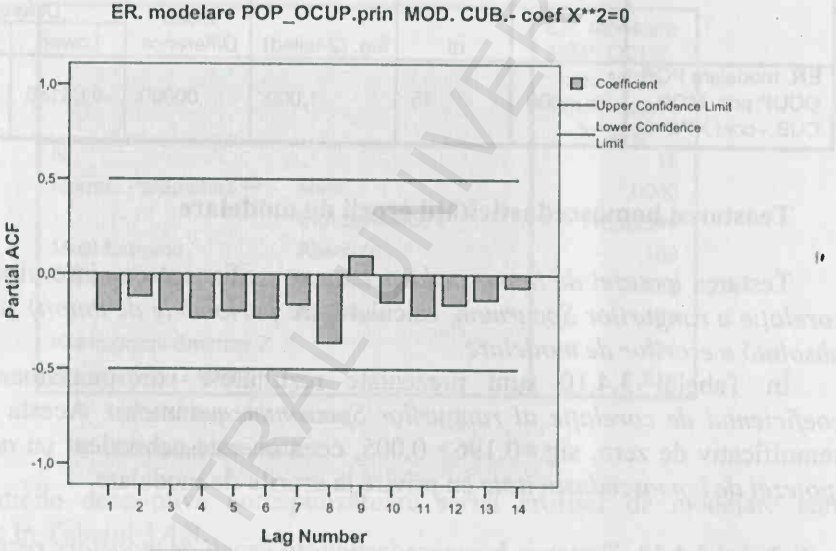
			Ani	ABS_er_ cub_ctx20
Spearman's rho	Ani	Correlation Coefficient	1,000	-,341
		Sig. (2-tailed)	.	,196
		N	16	16
	ABS_er_cub_ctx20	Correlation Coefficient	-,341	1,000
		Sig. (2-tailed)	,196	.
		N	16	16

BCU IASI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Testarea autocorelării erorii de modelare

Ipoteza de independență a erorilor de modelare poate fi testată cu ajutorul *testului Durbin-Watson* care, însă, reuseşte să suprindă numai existența autocorelației de ordinul I. O alternativă, mult mai bună, este aceea a construirii *corelogramei funcției de autocorelație parțială* (FACP) şi a intervalelor de încredere specifice acestora în cadrul aceluiaşi grafic, Figura 3.4.4.

Figura 3.4.4. *Corelograma FACP corespunzătoare erorii de modelare rezultate în urma aplicării unui model cubic redus*



Din analiza corelogramei FACP, Figura 3.4.4, se observă că seria erorilor de modelare nu prezintă autocorelații până la ordinul 14. Această concluzie ne determină să *acceptăm ipoteza de independență cu privire la erorile de modelare.*

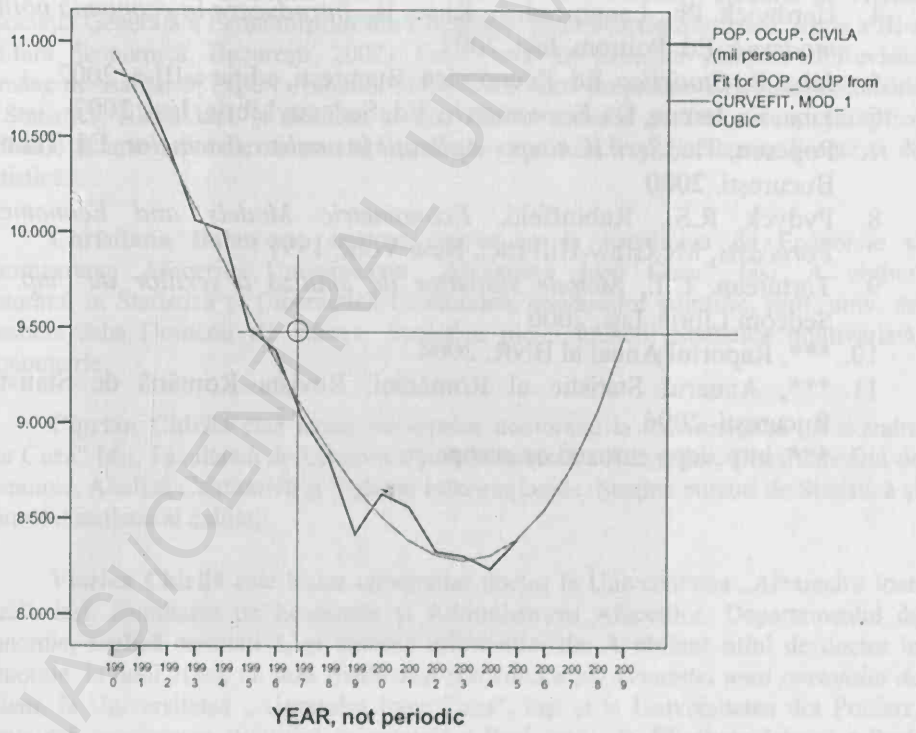
BCU IASI - CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

3.4.6. Concluzii

Evoluția populației ocupate civile în România în perioada 1990-2005 poate fi modelată printr-o funcție *cubică redusă* descrisă în relația (3.4.3). Acest model reușește să surprindă, în proporție de 98,466%, variația fenomenului modelat iar eroarea de modelare satisface toate condițiile necesare unei estimări, în condiții optime, a parametrilor ecuației de regresie.

Pe baza modelului estimat putem previziona evoluția populației ocupate civile în 2009 (Figura 3.4.5) în ipoteza că fenomenul își păstrează tendința și variația din trecut.

Figura 3.4.5. *Populația ocupată civilă din România în perioada 1990-2005 ajustată printr-un model cubic și valoarea previzionată a acesteia din 2005 până în 2009*



BCU IASI/CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

După cum se poate observa din Figura 3.4.5, se previzionează că volumul populației civile active pe piața muncii pentru anul 2009 va atinge aproximativ același nivel cu nivelul atins în anul 1995.

Bibliografie

1. Bera, A.K., Jarque C.M., *Efficient tests for normality, homoscedasticity and serial independence of regression residuals*, Economics Letters 6 (3): 255-259, Elsevier Editors Home, 1980
2. Box G.E.P., Jenkins, G.M., *The time series analysis: Forecasting and control, 1976,* Holden Day, San Francisco, 1976
3. Dickey, D.A., Fuller, W.A., *Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root*, Journal of the American Statistical Association, 74, 427-431, 1979
4. Hardwick, Ph., Langmead, J., Khan, B., *Introducere în economia politică modernă,* Ed. Polirom, Iași, 2002
5. Jaba, E., *Statistica.* Ed. Economică, București, ediția a III-a, 2002
6. Jaba, E., Jemna, D., *Econometrie*, Ed. Sedcom Libris, Iași, 2007
7. Popescu, Th., *Serii de timp – Aplicații în analiza sistemelor*, Ed. Tehnică, București, 2000
8. Pydyck R.S., Rubinffeld, *Econometric Models and Econometric Forecasts*, Mc.Graw-Hill Inc., New York, 1991
9. Turturean, C.I., *Metode statistice de analiză a seriilor de timp,* Ed. Sedcom Libris, Iași, 2006
10. ***, Raportul Anual al BNR, 2004
11. ***, Anuarul Statistic al României, Revista Română de Statistică, București, 2006
12. ***, http://epp.eurostat.ec.europa.eu

BCU IASI/CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Elisabeta JABA (n. 1946) este profesor universitar doctor la Universitatea „Alexandru Ioan Cuza" Iaşi, Facultatea de Economie şi Administrarea Afacerilor, conducător de doctorat la specializarea Statistică economică. Este *expert internaţional în eşantionare* şi este *visiting profesor* în Franţa, la Universitatea din Poitiers, şi Italia, la Universitatea din Terni, Perugia. Este titularul cursurilor de Statistică, Teoria şi practica sondajului statistic, Econometrie, Software statistic, Metode de analiză cantitativă. A absolvit Facultatea de Ştiinţe Economice din Iaşi în 1969 şi a obţinut titlul ştiinţific de doctor în economie, specializarea Statistică economică, în 1979. A efectuat mai multe stagii de perfecţionare şi schimburi de experienţă la universităţi din Franţa (în Gestiunea resurselor umane, Anchete prin sondaj, 1992, 1997, 2000, 2006), Spania (Statistică şi econometrie, 1992), Anglia (Anchete prin sondaj, 2002), Republica Moldova (1997-2004), Italia (2003, 2007). A iniţiat şi coordonat programe Socrates şi Erasmus, în cooperare cu universităţi din Franţa, Italia, Republica Moldova. A publicat, ca unic autor sau coautor, 25 cărţi şi cursuri universitare, precum şi 107 de articole ştiinţifice, în ţară şi străinătate (China, Franţa, Belgia, Italia). În 2002 a primit *Premiul pentru cel mai bun manual al anului* în domeniul ştiinţe economice fundamentale, conferit de AGER (Asociaţia Generală a Economiştilor din România), pentru cartea *Statistica*, ediţia a III-a (Editura Economică, Bucureşti, 2002). Face parte din Colegiul ştiinţific al Revistei Române de Statistică; expert evaluator al CNCSIS. Este preşedintele Societăţii Române de Statistică, filiala Iaşi, şi membru al mai multor societăţi profesionale şi ştiinţifice naţionale şi internaţionale de prestigiu, printre care AGER şi Societatea Franceză de Statistică.

Christiana Balan este asistent universitar la Facultatea de Economie şi Administrarea Afacerilor, Universitatea „Alexandru Ioan Cuza" Iaşi. A obţinut doctoratul în Statistică şi Cibernetică Economică, conducător ştiinţific, prof. univ. dr. Elisabeta Jaba. Domenii de interes: Statistica pieţei muncii, Statistică multivariată, Econometrie.

Ciprian Chirilă este lector universitar doctorand la Universitatea „Alexandru Ioan Cuza" Iaşi, Facultatea de Economie şi Administrarea Afacerilor, Departamentul de Economie, Analiză Cantitativă şi Sisteme Informaţionale. Susţine cursuri de Statistică şi Controlul statistic al calităţii.

Viorica Chirilă este lector universitar doctor la Universitatea „Alexandru Ioan Cuza", Iaşi, Facultatea de Economie şi Administrarea Afacerilor, Departamentul de economie, analiză cantitativă, şi sisteme informaţionale. A obţinut titlul de doctor în economie, în anul 2006, cu teza *Evaluarea statistică a performanţei unui portofoliu de acţiuni*, la Universitatea „Alexandru Ioan Cuza", Iaşi şi la Universitatea din Poitiers, Franţa sub conducerea ştiinţifică în cotutelă a Prof. univ. dr. Elisabeta Jaba şi a Prof. univ. dr. Jean-Pierre Berdot. Susţine cursuri de Statistică, Statistică financiar-bancară şi bursieră, Econometrie şi Econometrie financiară.

Mariana Gagea (n. 1976) este lector la Universitatea „Alexandru Ioan Cuza" din Iaşi, Facultatea de Economie şi Administrarea Afacerilor. Din anul 2001 este doctorand în domeniul de doctorat Cibernetică şi Statistică Economică. A efectuat două stagii de documentare în Spania (Murcia şi Almeria). Este autor şi coautor al unor lucrări din domeniul Statisticii, Econometriei şi Analizei seriilor de timp.

Dănuţ-Vasile Jemna este conferenţiar universitar la Universitatea „Alexandru Ioan Cuza" din Iaşi, Facultatea de Economie şi Administrarea Afacerilor, Catedra de Statistică. Este doctor în economie cu o teză pe tema *Eficienţa sondajului statistic,* finalizată în anul 2003. A efectuat un stagiu de pregătire la Universitatea din Poitiers, Franţa, în 2001 şi a obţinut o bursă Socrates-Erasmus la Universitatea din Perugia, Italia, în 2007. Predă cursurile de Econometrie, Bazele statisticii, Metodologia cercetării şi Demografie.

Carmen Pintilescu este profesor universitar doctor la Universitatea „Alexandru Ioan Cuza" Iaşi, Facultatea de Economie şi Administrarea Afacerilor, Departamentul de Economie, analiză cantitativă şi sisteme informaţionale. A urmat, în perioada 1995-1996, studiile aprofundate la Facultatea de Ştiinţe Economice de la Universitatea din Poitiers (Franţa), specializarea *Intégration économique et financière.* În anul 2002 a obţinut titlul de doctor în economie la Universitatea din Poitiers (Franţa). Este autor sau coautor a 7 cărţi din domeniul statisticii.

Ciprian-Ionel Turturean (n. 1974) a absolvit în 1997 Facultatea de Ştiinţe Economice, Universitatea „Alexandru Ioan Cuza" Iaşi, specializarea Statistică Economico-Socială. Din 1998 este cadru didactic titular la Facultatea de Economie şi Administrarea Afacerilor, Universitatea „Alexandru Ioan Cuza" Iaşi. În prezent este lector universitar doctor la aceeaşi facultate.

Daniela Viorică (n. 1977) este asistent la Universitatea „Alexandru Ioan Cuza" Iaşi, Facultatea de Economie şi Administrarea Afacerilor. Este înscrisă la doctorat din 2002, în domeniul de doctorat Cibernetică şi Statistică Economică. Domeniile de interes sunt: Statistică, Econometrie, Sondaje statistice, Software Statistic.

BCU IASI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

TIPARUL EXECUTAT LA
IMPRIMERIA EDITURII UNIVERSITĂŢII
„ALEXANDRU IOAN CUZA" DIN IAŞI
700511 Iaşi, Păcurari 9, tel./fax 0232 314947
Format: 70×100/16
Apărut: 2008
Comanda: 316

Informaţii şi comenzi:
www.editura.uaic.ro
editura@uaic.ro

BCU IAŞI/CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

BCU IASI/CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

B.C.U. "M. EMINESCU" IAŞI

BCU IASI/CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

STATISTICA & ECONOMETRIE

Econometrie aplicată

ELISABETA JABA
(coordonator)

Obiectivul lucrării de față este să prezinte studenților exemple de aplicații în diferite domenii unde aceștia ar putea utiliza econometria (modelare macroeconomică, aplicații de microeconometrie, studii de marketing, studii de previziune, finanțe, asigurări, bănci etc.).

Lucrarea cuprinde două mari părți: prima parte vizează studiul modelului de regresie, iar a doua parte vizează studiul seriilor de timp și previziunea fenomenelor economice. Aplicațiile tratează probleme de inferență statistică privitoare la modele econometrice, interpretarea economică a rezultatelor, precum și prezentarea dificultăților care apar. Sunt prezentate diferite metode de inferență statistică, estimatorii pertinenți în acest context, ipotezele formulate, teste de inadecvanță statistică și soluții la probleme care ar putea fi întâlnite.

9789737 033024
www.editura.uaic.ro

Editura Universității „Alexandru Ioan Cuza" Iași

BCU IASI CET